

**CYRILLE BAUDIER**

**EFETIVIDADE DO CROSS-HEDGING NA GESTÃO DO RISCO DE  
PREÇO DE ETANOL**

Trabalho de Formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do Diploma de  
Engenheiro de Produção

**São Paulo  
2011**

**CYRILLE BAUDIER**

**EFETIVIDADE DO CROSS-HEDGING NA GESTÃO DO RISCO DE  
PREÇO DE ETANOL**

Trabalho de Formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do Diploma de  
Engenheiro de Produção

Orientador: Prof. Renato de Castro  
Garcia

**São Paulo  
2011**

## FICHA CATALOGRÁFICA

**Baudier, Cyrille**  
**Efetividade do Cross-Hedging na gestão do risco de**  
**preço**  
**de etanol / C. Baudier. -- São Paulo, 2011.**  
**XX p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da**  
**Universidade**  
**de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.**

**1. Etanol 2. Administração de risco 3.Hedging**  
**(Finanças)**  
**I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.**  
**Departamento de Engenharia de Produção II. t.**

## **AGRADECIMENTO**

A minha família, por sempre me apoiar e incentivar em todos os momentos.

Aos amigos de faculdade e fora dela, pelo suporte, pelas dicas e pelos bons momentos ao longo destes cinco semestres.

Ao Professor Renato de Castro Garcia, pela atenção, pelos conselhos e a orientação durante a realização deste trabalho.

A Regina Aparecida do Nascimento, Responsável do Serviço de Relações Internacionais, pela oportunidade de realizar o duplo diploma.

A Escola Politécnica pelo ensino de alta qualidade.

Ao Brasil pela oportunidade oferecida e pela forma como me acolheu, que provocou uma mudança profunda na minha visão do mundo e meu relacionamento com os outros.

## RESUMO

A indústria de biocombustível apresenta risco de preço cuja análise e mitigação constituem etapas importantes na administração da produção, permitindo a alocação mais eficiente de recursos. Entretanto não existe um contrato futuro de etanol cuja liquidez no mercado BM&FBOVESPA permita uma proteção adequada aos produtores brasileiros.

Por isso, foi estudado o método de *cross-hedging* a partir de contratos futuros de açúcar e gasolina negociados em bolsas fora do Brasil. Supõe-se que preço destas duas *commodities* são supostos tem correlações altas ou moderadas com o etanol hidratado. Para realizar o *hedge*, são utilizados três modelos de previsão estatísticos, cada um possuindo um grau de complexidade distinto. É observada a efetividade do *cross-hedge* obtido através do uso dos modelos com contratos futuros de açúcar e gasolina.

O presente trabalho se propõe definir qual é a melhor combinação de tipo de modelo e de tipo de contrato futuro.

Palavras chaves: Etanol, Preço, Risco, *Hedging*, Mercado Futuro, Modelos de Previsão.

## ABSTRACT

The biofuel industry presents exposure to price risk which analysis and mitigation are important stages in the management of the production, allowing a more efficient allocation of resources. However, there isn't an ethanol futures contract with a decent market liquidity that would permit an adequate protection for the Brazilian producers.

Therefore, we study the cross-hedging method with sugar and gasoline futures contracts traded in foreign market exchanges. The prices of these two commodities are presupposed to have a high or moderate correlation with the price of ethanol. In order to realize the hedge, we use three different prediction statistical models, each one having a distinct complexity. The cross-hedge effectiveness is observed through the use of the models with sugar and gasoline futures contracts.

The present study's goal is to define the better combination between the type of model and the type of future contract.

Keywords: Ethanol, Price, Risk, Hedging, Futures Market, Prediction Models.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Matriz de energia do Brasil .....	14
Figura 2 – Produção de energia no Brasil .....	14
Figura 3 – Regiões produtoras de cana-de-açúcar no Brasil.....	19
Figura 4 – Consumo de etanol no Brasil (2003-2013) (milhões de m <sup>3</sup> ).....	20
Figura 5 – Evolução da produção mundial de etanol (1997-2012) (bilhões de litros) .....	21
Figura 6 – Riscos na empresa .....	31
Figura 7 – Quatro grande grupos de riscos financeiros .....	32
Figura 8 - Funções densidade de probabilidade.....	36
Figura 9 – Fluxos de interacção entre os participantes do mercado.....	44
Figura 9 - Convergência dos preços à vista e futuro .....	51
Figura 10 - Risco de base .....	55
Figura 11 - A base na rolagem do hedge .....	58
Figura 12 – Variância da carteira do hedger em função da razão do <i>hedge</i> .....	62
Figura 13 – Regressão linear simples.....	67
Figura 14 – Ilustração da reversão à média da variância.....	77
Figura 15 – Volatilidade diária do preço (R\$/m <sup>3</sup> ) de etanol hidratado.....	82
Figura 16 – Caminho esperado da variância .....	83
Figura 17 – Evolução do preço futuro de açúcar com o preço <i>spot</i> de etanol hidratado ....	93
Figura 18 – Estimação da volatilidade semanal do preço futuro de gasolina (modelos EWMA e GARCH) .....	96
Figura 19 – Estimação da volatilidade semanal do preço <i>spot</i> de etanol hidratado .....	97
Figura 20 – Autocorrelação dos retornos de etanol antes (azul) e depois (vermelho) do EWMA e GARCH .....	100

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Produção mundial de etanol – principais países – 2009 .....	16
Tabela 2 - Comparações etanol brasileiro e etanol americano (2010).....	18
Tabela 3 - Comparação de retornos aritméticos e geométricos .....	37
Tabela 4 - diferenças entre os contratos futuros e contratos a termo.....	45
Tabela 5 - Dados para o exemplo de rolagem de contratos futuros de ethanol .....	59
Tabela 6 – Estimação dos parâmetros do modelo GARCH(1,1).....	80
Tabela 7 – Parâmetros dos modelos EWMA e GARCH para estimação das volatilidades semanais .....	93
Tabela 8 - Parâmetros dos modelos EWMA e GARCH para estimação das correlações ...	96
Tabela 9 - Redução de variabilidade dos hedges .....	97
Tabela 10 – Autocorrelação do preço futuro de gasolina antes e depois de ter usado o modelo GARCH .....	98

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	CONTEXTUALIZAÇÃO .....	13
2.1	Energia no Brasil .....	13
2.2	Indústria dos biocombustíveis .....	15
2.3	Mercado futuro agropecuários.....	23
3	PRINCIPAIS CONCEITOS UTILIZADOS.....	26
3.1	Commodities.....	26
3.2	Risco.....	27
3.3	Mercado Futuro .....	40
3.4	Hedging .....	51
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	66
4.1	Modelo OLS.....	66
4.2	Modelo EWMA.....	70
4.3	Modelo GARCH .....	75
5	PROBLEMA.....	88
5.1	Soluções atuais .....	88
5.2	Proposta .....	89
5.3	Metodologia .....	90
5.4	Apresentação e análise dos resultados.....	91
6	CONCLUSÃO .....	101
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	102
8	ANEXOS.....	105
8.1	Anexo A – Histórico de preços .....	105
8.2	Anexo B – Regressões lineares .....	106
8.3	Anexo C – Estimações das razões ótimas dos <i>hedges</i> .....	108
8.4	Anexo D – Estimações das volatilidades semanais .....	111
8.5	Anexo E – Valores do portfolio com e sem <i>hedge</i> .....	112
8.6	Anexo F – Correlograms.....	115



## 1 INTRODUÇÃO

A indústria do álcool no Brasil está não somente interessada em desenvolver sua produção para fins carburantes para os veículos Flex Fuel, a partir da cana-de-açúcar, como também em transferir sua experiência e tecnologia para que outros países tropicais, que dispõem de terras, mão-de-obra e radiação solar intensa, para que possam ser produtores e exportadores de álcool, ampliando e diversificando sua oferta no mercado mundial. Analisando o cenário atual de combustíveis podemos inferir que existe uma probabilidade não negligenciável de que o álcool etílico, o etanol, se torne uma *commodity* internacional.

Um problema encontrado pelos produtores de etanol brasileiros hoje em dia é achar um método eficaz de proteção da mercadoria contra oscilações de preço. A atividade de produção somente faz sentido se o preço de venda praticado cobre seu custo de produção e ainda lhe proporciona algum lucro. Por isso, é muito importante possuir ferramentas que permitam mitigar o risco de preço de *commodities*. A atividade que visa reduzir completamente, ou parcialmente, este tipo de risco é chamado de *hedging*.

O uso de contratos futuros para fixação do preço no futuro é uma das ferramentas mais utilizadas no setor agropecuário. Contudo, devido a um problema estrutural da bolsa local BM&FBovespa, ou seja, a falta de liquidez na negociação de contratos futuros agropecuários, os produtores optam por usar contratos negociados em bolsas fora do Brasil. E quando estas bolsas também não possuem liquidez, ou mesmo o próprio contrato, na *commodity* desejada, os produtores devem usar contratos futuros cujo subjacente seja diferente mas que oferece uma correlação alta com a mercadoria à ser protegida. Isso se chama de *cross-hedging*.

Este trabalho visa determinar o melhor método para a realização de um *cross-hedge* de etanol, visto que, não existe no mercado brasileiro contratos futuros agropecuários com liquidez suficiente para a realização desta operação.

Levando em consideração este problema, o presente trabalho apresentará o melhor método dentro de uma gama de soluções possíveis, que encontre uma solução para a falta de liquidez necessária para se efetuar um *hedge* de etanol, mitigando, assim, o risco de preço encontrado pelo produtor brasileiro. Como base para a

elaboração desse método, será utilizado, a modo de comparação, os contratos futuros de açúcar e gasolina. Os contratos futuros de tais produtos poderão ser utilizados na operação de cross-hedging de etanol, dado a sua correlação com o mesmo. Desta maneira, serão aplicados três modelos estatísticos, utilizados pelo mercado, que utilizam os contratos futuros de açúcar ou gasolina para a operação de *cross-hedging*. Cada modelo estatístico será utilizado duas vezes, uma vez com os contratos futuros de açúcar e uma com os de gasolina. Ao final deste exercício teremos seis soluções possíveis e destacaremos qual delas trará maior efetividade para a operação de *cross-hedging* de etanol.

Com esta finalidade, o trabalho será apresentado em quatro partes. Primeiramente, será introduzido o contexto atual da indústria sucroalcooleira brasileira. Em um segundo momento, são apresentados os conceitos financeiros importantes, como utilizar o mercado futuro para proteger-se de variações adversas de preços, e as dificuldades técnicas da atividade de *hedging*. Em seguida, será exposta a base teórica para o desenvolvimento deste estudo, para então aplicá-la aos dados analisados e construir os modelos de estimação. Enfim, os resultados obtidos serão interpretados e será selecionado o modelo a partir de cada tipo de contrato futuro, açúcar ou gasolina, mais eficiente para a realização de um *cross-hedge* de etanol.

O aluno, autor deste trabalho, acha importante as questões de gerenciamento sustentável dos recursos naturais agrícolas, minerais e de energia. Ele se interessa em economia da energia e queria realizar este trabalho sobre o etanol porque é um produto que liga os mercados de commodities agropecuárias com os mercados de commodities energéticas.

## 2 CONTEXTUALIZAÇÃO

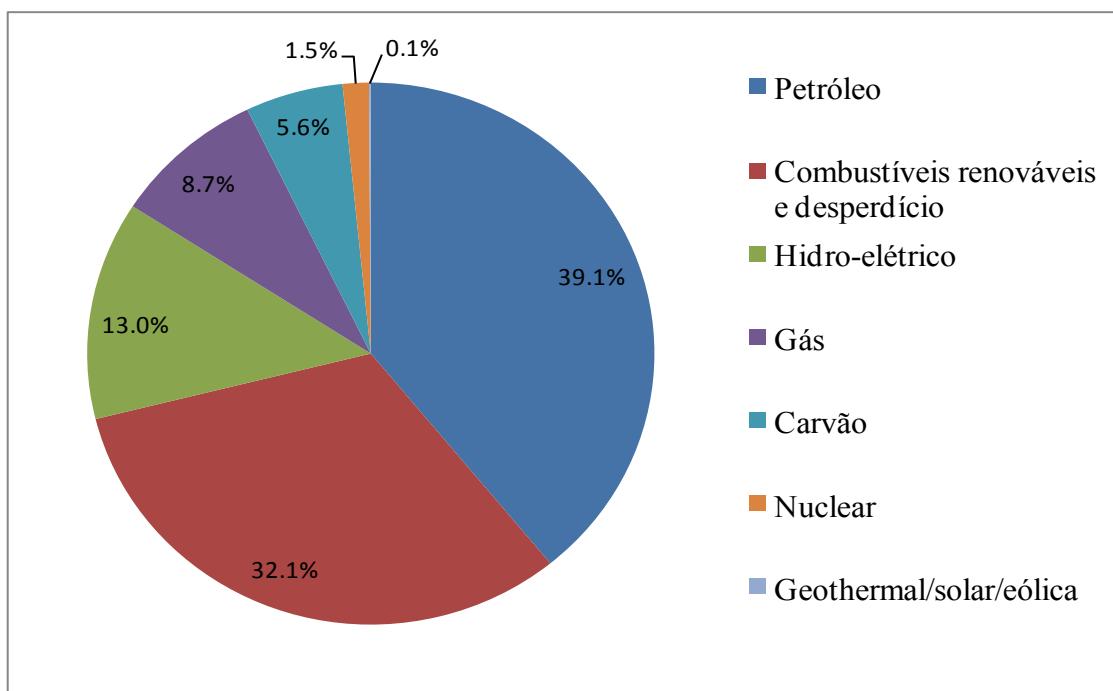
A primeira parte deste trabalho apresenta o setor sucroalcooleiro atual no Brasil e no mundo com algumas estimativas sobre a evolução do setor no futuro.

### 2.1 ENERGIA NO BRASIL

O maior e mais populoso país da América Latina, o Brasil representa a metade da área da superfície, da população e do Produto Interno Bruto (PIB) do continente. É também a maior economia da América Latina. O PIB do Brasil classifica-se como o nono no mundo e é a segunda maior economia, fora dos países da Organização-Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OECD), depois da China. Em 2006, o Brasil conseguiu independência em petróleo, o país poderá se tornar um produtor substancial de petróleo e gás no futuro. O Brasil é também o décimo maior consumidor de energia no mundo, e fica no quarto lugar entre os países do grupo BRIC(Brasil, Rússia, China e Índia). O desenvolvimento da política energética brasileira tem implicações significativas para países latino-americanos vizinhos e o desenvolvimento do mundo.

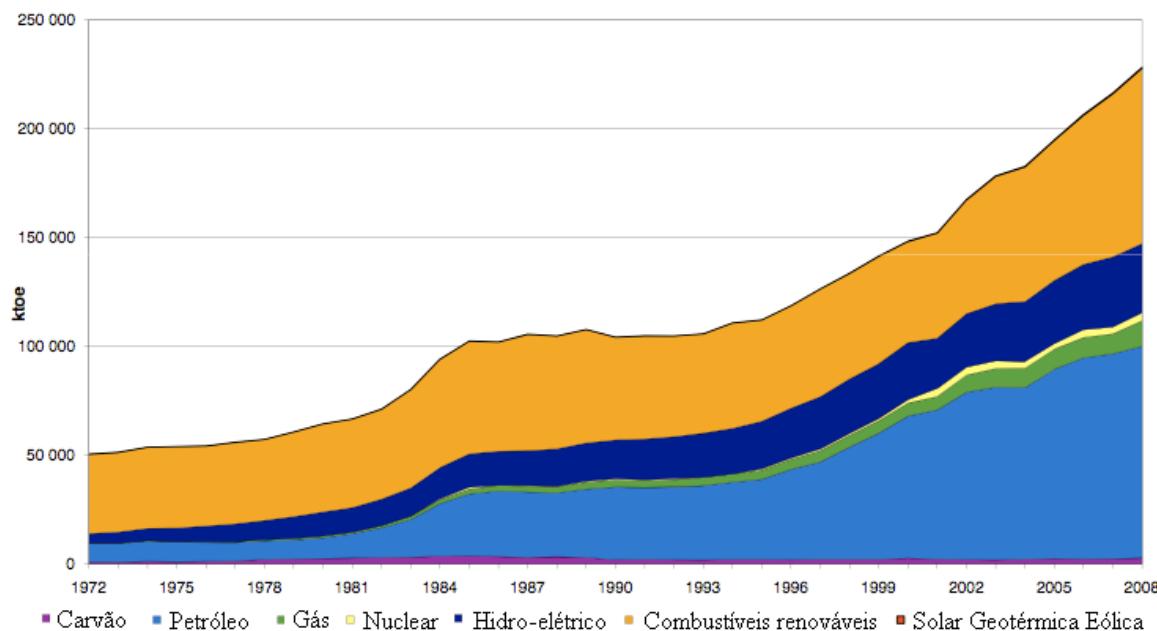
#### 2.1.1 Matriz de energia brasileira

O Brasil é o país que usa mais as fontes de energia renováveis no mundo industrializado, 45% da sua matriz de energia que está sendo gerada pela água, pela biomassa, pelo álcool etílico, pelo vento e por fontes solares (figura 1). Além da importância da diversificação da matriz de energia, o Brasil assume a liderança competitiva internacional na produção de biocombustíveis (figura 2), atuando como exportador de biodiesel e etanol, mas também como exportador de tecnologia e serviços associados à cadeia de produção desses combustíveis.



**Figura 1 – Matriz de energia do Brasil**

(Fonte: International Energy Agency, 2008)



**Figura 2 – Produção de energia no Brasil**

(Fonte: International Energy Agency, 2010)

### 2.1.2 Energias renováveis

As energias renováveis no Brasil representaram mais de 85,4% da energia produzida internamente e utilizada no Brasil, segundo dados do Balanço Energético Nacional (BEN) 2011, realizado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE). Após os choques do petróleo de 1970, foi iniciado no Brasil, em 1975, o Programa Proálcool para diminuir a dependência das importações do petróleo. O Brasil passou a se concentrar no desenvolvimento de fontes alternativas de energia. O país tem um dos maiores programas de energia renovável no mundo, envolvendo a produção de álcool combustível a partir da cana de açúcar, e atualmente o etanol representa 18% dos combustíveis automotivos do país. O Brasil dispõe da hidroeletricidade para mais de 3/4 de sua matriz de energia elétrica, mas as autoridades estão incentivando as energias de biomassa e eólica como alternativas primárias. Em agosto de 2011 foi inaugurada no município de Tauá, no sertão do Ceará, a primeira usina solar fotovoltaica a gerar eletricidade em escala comercial no Brasil. A usina tem capacidade inicial de geração de 1 MW (SERGIO, 2011).

## 2.2 INDÚSTRIA DOS BIOCOMBUSTÍVEIS

Segundo o *Carbon Dioxide Information Analysis Center*, o Brasil é o 122º maior emissor de CO<sub>2</sub> de combustíveis fósseis com uma taxa de emissão de 0,56 toneladas métricas de carbono per capita (CDIAC, 2008). Com objetivo central de reduzir os gases de efeito estufa, o Protocolo de Quioto estabeleceu, no Japão em 1997, restrições ambientais as energias fósseis e definiu metas de reduções de emissões e de utilização de biocombustíveis. A indústria de biocombustíveis hoje existente produz essencialmente etanol e biodiesel.

As alternativas tecnológicas atuais para produção de biocombustíveis correspondem aos chamados biocombustíveis de 1<sup>a</sup> geração: etanol a partir de cana de açúcar (no Brasil) ou milho (nos EUA) e biodiesel a partir de gorduras e óleos, em geral óleos vegetais. Os processos de produção do etanol e do biodiesel são a fermentação e a transesterificação respectivamente (o H-Bio é um segundo processo de produção do biodiesel desenvolvido pela Petrobras). Do ponto de vista energético, o etanol é 30% menos eficiente que a gasolina pois o etanol tem uma densidade energética de 24 MJ/L

quando a gasolina possui 34,6 MJ/L. Então, o potencial energético contido em 1 L de etanol equivale ao potencial energético de 0,7 L de gasolina.

O etanol e o biodiesel, podem ser tratados como indústrias diferentes, que por sua vez podem ser identificados por dois segmentos. Isto se refere a dinâmica competitiva de biocombustíveis de primeira geração. Do ponto de vista da estrutura industrial, o etanol e o biodiesel apresentam baixas barreiras à entrada, limitadas na prática à disponibilidade de matéria prima a preço competitivo e qualidade desejável (BOMTEMPO, 2009).

### 2.2.1 Etanol

No Brasil, os primeiros usos práticos do etanol deram-se entre o final dos anos 1920 e início dos anos 1930. Mas somente nos anos 1970, devido a crise do petróleo, que o etanol passou a ser usado maciçamente como combustível. Segundo Jank (2008), a produtividade da indústria cresceu de forma sustentada nas últimas décadas a uma taxa de 2,7% ao ano, medida em litros de etanol/hectare.

Dois países, Brasil e EUA, se sobressaem na indústria do etanol e contam com mais de 70% da produção mundial (tabela 1). A estrutura industrial em cada um desses países é bastante diversificada, o que resulta em níveis de competitividade e sustentabilidade marcadamente diferentes.

País	Produção (milhões de litros)	
EUA	40,125	53.1%
Brasil	24,900	32.9%
União Européia	3,935	5.2%
China	2,050	2.7%
Tailândia	1,647	2.2%
Canadá	1,100	1.5%
Índia	347	0.5%
Colômbia	315	0.4%
Austrália	215	0.3%
Resto do mundo	936	1.2%
<b>TOTAL</b>	<b>75,570</b>	<b>100%</b>

**Tabela 1 – Produção mundial de etanol – principais países – 2009**

(Fonte: F.O.Litchs Ethanol Industry Overlook 2010)

A produção de etanol americano, baseado no milho, destina-se essencialmente ao mercado interno. Os custos de produção são considerados elevados em relação aos preços da gasolina, o que tem exigido o aporte de subsídios governamentais à indústria americana e, para proteger a produção interna, uma taxação de \$0.14/L sobre o etanol importado. Hoje em dia, no mercado americano, o etanol tem o papel de substituto ou complemento da gasolina. Na Europa, onde os veículos dependem mais do diesel (50% da frota europeia de veículos à diesel) do que a gasolina, o etanol tem um papel menos importante.

No mercado brasileiro, a produção de etanol tem uma grande importância pois, além de fornecer a totalidade da demanda interna, parte da produção também está sendo exportada para diversos países. Contudo, em 2010, devido a quebra de safra de cana de açúcar de mais de 15%, o Brasil passou a ser importador e importou mais de 70 milhões litros de etanol dos EUA. Segundo Jank (2008), na temporada de 2011/2012, a previsão de importação é de 1,1 bilhões de etanol anidro, que será adicionado à gasolina, para atender a demanda crescente em meio a uma quebra de safra de cana no Centro-Sul. Nos últimos anos, a produção brasileira sofre efeitos de adversidades climáticas, como chuvas em excesso e seca, além de geadas. Uma redução de investimentos nos canaviais também colaborou para a queda na produtividade. Mesmo com uma safra menor o Brasil continua exportando para cumprir contratos de longo prazo. A previsão de exportação para a temporada de 2011/2012 é de 1,45 bilhão de litros, contra 1,9 bilhão de litros na safra anterior (BOMTEMPO, 2009).

A taxa da energia retornada sobre o investimento em energia (energia gerada/energia consumida), em inglês *Energy Return on Investment*(EROI), do etanol a base de cana-de-açúcar é da ordem de 8,3 enquanto o EROI do etanol de milho atinge apenas 1,4. Isto significa que, embora os volumes de etanol produzidos pelos Estados Unidos e Brasil sejam equivalentes, a cana-de-açúcar é seis vezes mais eficaz do que o milho quando se trata de reduzir o consumo de combustíveis fósseis. A tabela 2 compara outras características da indústria de etanol no Brasil e nos EUA.

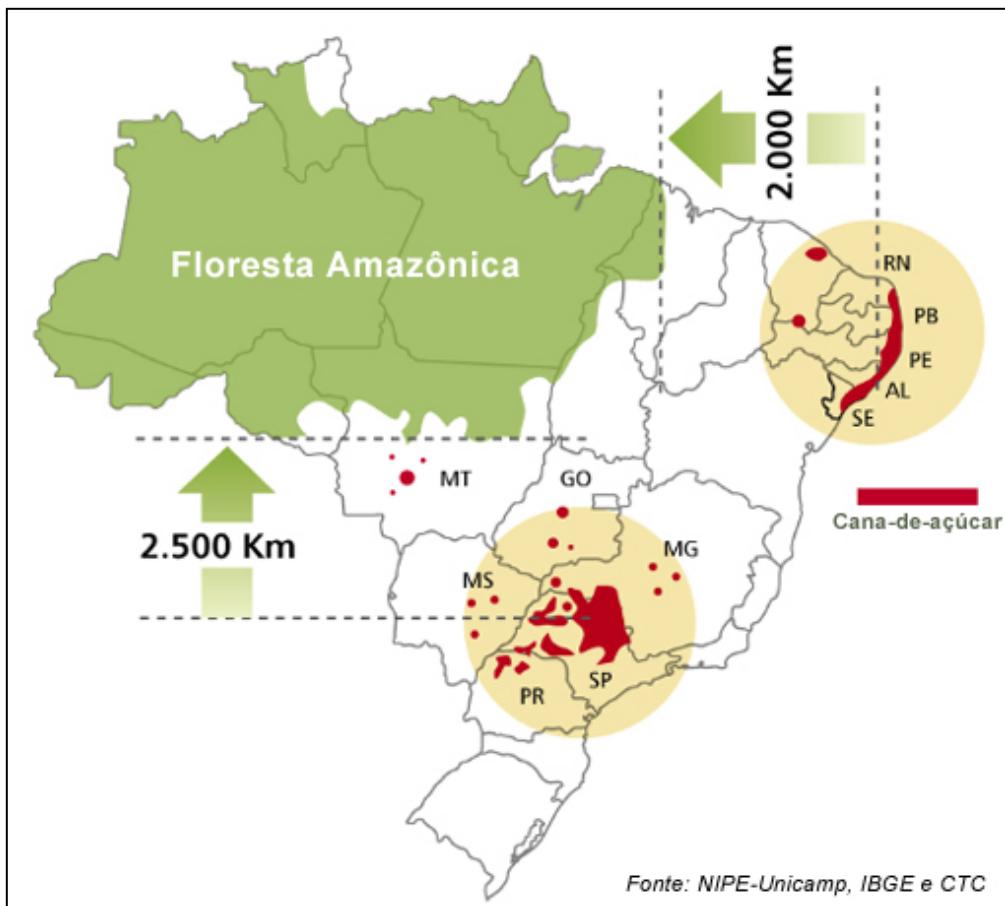
Característica	Brasil	EUA
Matéria prima	Cana de	Milho

	açúcar	
Área cultivada (milhões de hectares)	7	11
Produção de matéria prima (milhões de toneladas)	652	331
Parcela da matéria prima para etanol em 2010	45%	26%
Produção em 2010 (bilhões de litros)	27.6	50.1
Produtividade (litros por hectare)	6,800	3,100
Produtividade energética (EROI)	8.3	1.4
Importações em 2010 (milhões de litros)	70	10
Exportações em 2010 (bilhões de litros)	1.9	1.3
Custos de produção em 2007 (US\$ por litro)	0.22	0.30
Imposto de importação(US\$ por litro)	-	0.14

**Tabela 2 – Comparações etanol brasileiro e etanol americano (2010)**

(Fonte: RFA Ethanol Outlook 2011, Valor Análise Setorial 2008, Estado de S. Paulo - edição 04/03/07)

No Brasil, a produção de cana-de-açúcar se concentra nas regiões Centro-Sul e Nordeste. O mapa abaixo(figura 3)mostra em vermelho as áreas onde se concentram as plantações e usinas produtoras de açúcar, etanol e bioeletricidade, segundo dados oficiais do IBGE, UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas – SP) e do CTC (Centro de Tecnologia Canavieira) (JANK, 2008).



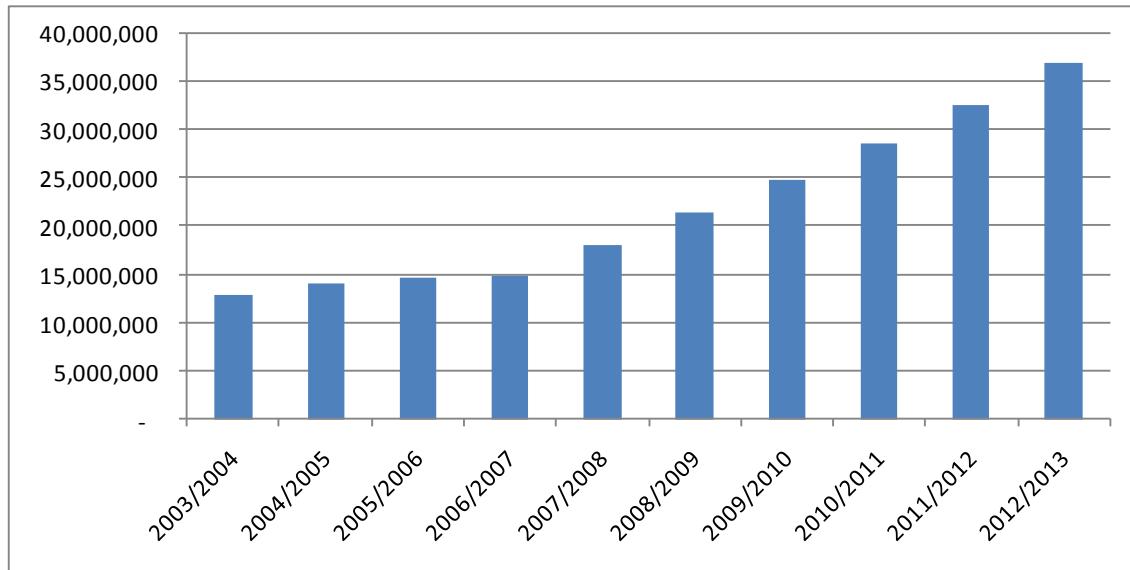
**Figura 3 – Regiões produtoras de cana-de-açúcar no Brasil**

(Fonte: IBGE, UNICAMP, CTC)

A produção de etanol brasileiro, baseado na cana de açúcar, evoluiu de uma indústria voltada inicialmente para interesses estratégicos do mercado interno devido a crise de energia de 1973, para uma capacidade de produção e um nível de competitividade que são vistos como referência internacional. Entre 1975 e 2008, a produtividade agrícola, medida em litros de etanol por hectare, cresceu 2.7%. O etanol brasileiro apresenta a maior produtividade em litros por hectares quando comparado às demais alternativas. Enquanto o etanol de cana brasileiro produz cerca de 6,800 litros por hectare, o de beterraba europeu não ultrapassa 5,500 litros por hectare e o milho americano aproximadamente 3,100 litros por hectare.

Segundo dados divulgadas pela ANP (Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis), o consumo total de etanol no Brasil em 2010 ficou em cerca de 22,16 bilhões de litros (com 22,82 bilhões em 2009). Já o consumo de gasolina C,

aquela já acrescida de etanol anidro, subiu 17,5% em 2010, para 29,84 bilhões de litros. O figura 4 apresenta a projeção do consumo de etanol no mercado interno:



**Figura 4 – Consumo de etanol no Brasil (2003-2013) (milhões de m<sup>3</sup>)**

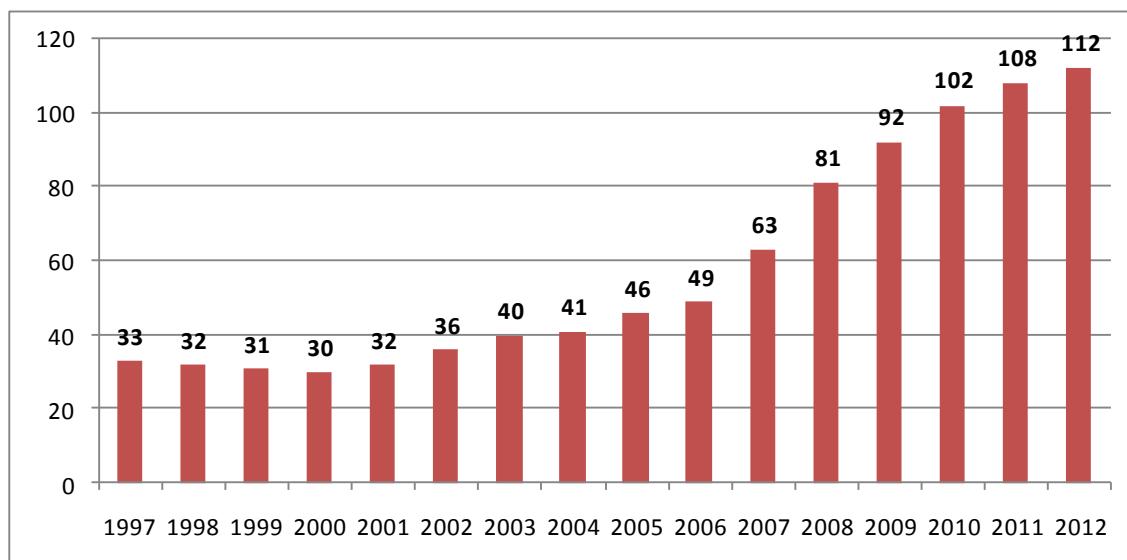
(Fonte: UNICA, 2008; Cosan, 2008)

O etanol anidro pode ser diretamente adicionado à gasolina em até 20%, sem exigir alterações nos veículos. Além do Brasil, onde a mistura de etanol à gasolina vem sendo feita há mais de vinte anos, outros países, como o Japão, estão analisando este tipo de medida. Por sua vez, o etanol hidratado também pode ser misturado em qualquer proporção com a gasolina em motores flex fuel. No Brasil, por exemplo, mais de 75% dos novos carros produzidos já são flex fuel. Os automóveis flexíveis já representam 46% da frota brasileira de veículos leves, participação que deve se elevar continuamente (BOMTEMPO, 2009).

O etanol brasileiro é uma referência mundial no mercado de biocombustíveis, tanto pelo custo de produção quanto pela qualidade ambiental. Por isso o Brasil se posiciona como um dos maiores exportadores de etanol no mundo. Mesmo se o volume exportado ainda é pequeno (1.9 bilhões de litros em 2010, 7% da produção total) houve um crescimento importante nos últimos anos. Em um cenário futuro podemos inferir que existe um potencial de exportação considerável para países em pleno desenvolvimento como a Índia e a China que ainda não têm uma frota de carros bem

estabelecida (aproximadamente 1% e 2% da população da Índia e da China respectivamente possuem carros). O iminente aumento da venda de carros nestes países virá com uma maior preocupação por medidas sustentáveis, implicando em uma adoção de fonte de energia renovável, impostas por acordos internacionais (Quioto). Portanto, a inserção nos mercados internacionais ainda é um grande desafio que exigirá esforços de negociação para resolver as questões de barreiras de acesso como impostos de importação e múltiplas certificações. O Japão mostra interesse em importar etanol do Brasil, o que já é feito pela Holanda e Suécia. Segundo Kohlhepp (2010), a inserção do biocombustível em outros países europeus é também dificultada por causa de preconceitos e informações errôneas alimentando a ideia que a expansão do plantio da cana-de-açúcar está destruindo as florestas tropicais na Amazônia (KOHLHEPP, 2010). Olhando no figura 3 as áreas atuais de plantio de cana de açúcar encontram-se muito distantes das florestas tropicais da Amazônia. A indústria de etanol brasileira também participa na geração de bioeletricidade a partir dos gastos do processo de produção de etanol, ou seja o bagaço.

A produção mundial de etanol evolui com uma taxa media de crescimento estimada a 10% ao ano (figura 5). Em 2010, o consumo mundial foi da ordem de 100 bilhões de litros.



**Figura 5 – Evolução da produção mundial de etanol (1997-2012) (bilhões de litros)**

(Fonte: F.O.Licht, 2011)

### 2.2.2 Riscos da atividade agropecuária

O objetivo de cada atividade produtiva é de ter lucro. O sucesso é atingido pelos esforços de melhoria da produtividade, minimização dos custos, e a obtenção do maior preço de venda da mercadoria produzida. No setor da produção de commodities os resultados de lucro estão influenciados pelos tipos de riscos seguinte:

- Risco de produção; refere-se ao risco que o volume produzido fica abaixo do nível de produção previsto. Isto pode ter por causas eventos relacionados ao clima (geada, chuvas fortes, seca). A cobertura deste tipo de risco pode ser feito com apólices de seguros agrícolas e com uso de derivativos .
- Risco de crédito; refere-se ao risco que uma das partes de não cumprir aos termos de um contrato (pagamentos ou entrega de mercadoria atrasados ou não assumidos por exemplo). A cobertura deste tipo de risco pode ser feito com a demanda de garantias.
- Risco operacional; refere-se as falhas de equipamentos produtivos e as falhas de execução humanas nos processos e tarefas da atividade da empresa.
- Risco de preço; refere-se ao risco de oscilações do preço no sentido contrário ao interesse da empresa no momento da comercialização da mercadoria produzida.

Este trabalho tem foco no risco de preço e tem objetivo de procurar um jeito eficaz de minimizar-lo. Há várias empresas e setores da economia que são expostos ao risco de oscilação de preço. Os exemplos listados abaixo tentam recapitular as diversas situações encontradas por participantes da cadeia produtiva de etanol em relação ao risco de preço.

- Empresas de insumo; as empresas de venda de adubos, fertilizantes, e defensivos cujo as vendas são ligadas à produção de um commodity agrícola e são diretamente proporcional ao tamanho da safra. Assim a empresa de insumo corre um risco de queda de preço. A operação de *hedge* adaptada é a venda de contratos futuros de etanol (caso o cliente do contrato de fornecimento é um produtor de etanol).

- Produtores de mercadoria; o lucro dos produtores é diretamente ligado aos custos e ao preço de venda da mercadoria. Os produtores correm um risco de queda de preço (abaixo do custo de produção ou *break even point*) que pode ser reduzido com uma operação de *hedge* de venda de contratos futuros de etanol.
- Indústrias; o etanol pode constituir insumo necessário para a fabricação de produtos acabados, há necessidade de proteção ao risco de preço que pode subir ao ponto que a empresa não pode repassar este aumento de preço ao consumidor final do seu produto. Portanto, a operação de *hedge* adaptada é a compra de contratos futuros de etanol.
- Distribuidores de combustíveis; como as indústrias, os distribuidores de combustíveis necessitam proteção tanto para a subida do preço de etanol (protegido com um *hedge* de compra de contratos futuros) como para a queda dos estoques deste produto (protegido com um *hedge* de venda de contratos futuros).
- Traders; nos mercados futuros, os traders podem assumir posições de compra ou de venda, dependendo da sua exposição ao risco no mercado físico (exportação ou importação).
- Fundos de investimentos; são os agentes que fornecem liquidez no mercado, assumindo posições compradas e vendidas de contratos futuros.

## 2.3 MERCADO FUTURO AGROPECUÁRIOS

### 2.3.1 BM&FBovespa

A Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) era a maior bolsa brasileira até sua fusão com a Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) originando a BM&FBovespa no 8 de maio de 2008. Na BM&F, eram negociados contratos de mercadorias (principalmente *commodities*) e derivativos, a vista ou para pagamento futuro. Localizava-se na cidade de São Paulo, e operava principalmente com taxa de câmbio, taxa de juros, café, açúcar, soja, gado bovino, milho e ouro. É uma sociedade mercantil criada por empresas, corretoras de valores e bancos em geral. Mas, diferentemente da Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), não negocia ativos mercantis societários (ações).

A Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBovespa) é a bolsa oficial do Brasil. Sediada em São Paulo, a BM&FBovespa é a segunda maior bolsa de valores do mundo em valor de mercado, a segunda das Américas e a líder no continente latino-americano. A BM&FBovespa está ligada a todos as bolsas de valores brasileiras, incluindo a Bolsa de Valores do Rio de Janeiro (BVRJ), onde são negociados apenas títulos. O indicador de referência da BM&FBovespa é o índices Ibovespa.

### **2.3.2 Importância do mercado futuro para o produtor agrícola**

A atividade agropecuária possui características específicas que a diferencia dos setores industrial e comercial. Essas características estão relacionadas a fatores adversos como: clima, perecibilidade dos produtos, ciclo da cultura, doenças e pragas, fazendo da agropecuária uma atividade com vários riscos (MARTINES FILHO, 2008).

A incerteza quanto aos preços futuros é uma das maiores causas de ineficiência dos negócios, os preços são vitais para a determinação das rendas das pessoas e do faturamento das empresas. Na ausência de fixação dos preços pelos mercados futuros, as pessoas e as empresas têm que procurar alternativas mais custosas, como os contratos a termo, ou mesmo correr os riscos da imprevisibilidade dos preços (MARTINES FILHO, 2008).

O uso dos mercados futuros possibilita a administração dos riscos de preços. Trabalhando com maior lucratividade e podendo fazer um planejamento de receitas com mais confiabilidade, as empresas podem transferir parte desses ganhos para a sociedade sob a forma de preços mais baixos de seus produtos. Denomina-se *hedging* o ato de defender-se contra variações contrárias nos preços. Os benefícios do *hedging* nos mercados de futuros de *commodities* agropecuárias são muito evidentes. As cadeias agropecuárias, como a do boi, algodão, café, soja, milho, açúcar e álcool anidro, podem estabelecer um planejamento mais eficiente através do uso dos contratos futuros. O resultado final pode ser um preço menor para o consumidor, e mais renda para o produtor (MARTINES FILHO, 2008).

### **2.3.3 Negociação de açúcar e etanol no mercado futuro**

Atualmente, tem dois tipos de contratos futuros disponíveis para a gestão do risco de preço do etanol no Brasil:

- O Contrato Futuro de Etanol Denominado em Dólares dos EUA.
- O Contrato Futuro de Etanol Hidratado com Liquidação Financeira.

No Brasil, a primeira tentativa de fomentar o mercado futuro foi realizada com um contrato de álcool anidro com o preço formado em Paulínia (SP). O contrato não vingou porque era voltado para o mercado interno e não fornecia o hedge ao produtor. Mais tarde, em 2007, a bolsa criou um contrato futuro em dólares, cotado no Porto de Santos. Porém, depois de um enfraquecimento das exportações, o contrato ficou deixado de lado. O segundo contrato, cotado em reais e com liquidação financeira, poderia atender às demandas de proteção dos produtores de maneira mais eficaz (Portal Exame/BM&F, 2010) mas ainda com ainda possuem uma liquidez baixa.

A formação de preço na região de Paulínia foi escolhida por ser o maior pólo de distribuição de combustíveis no Brasil. O segundo contrato foi discutido com toda a cadeia produtiva do etanol por meio da Câmara Consultiva de Açúcar e Etanol da BM&FBovespa. O contrato de álcool anidro, com liquidação física, cotado em dólares e com formação de preço no Porto de Santos, continua sendo negociado.

### 3 PRINCIPAIS CONCEITOS UTILIZADOS

A segunda parte deste trabalho propõe apresentar os conceitos financeiros necessários para a compreensão do contexto e a resolução do problema de realização de um *cross-hedge* no objetivo de reduzir o risco de preço de etanol.

#### 3.1 COMMODITIES

##### 3.1.1 Definição

*Commodity* é um termo de língua inglesa que, como o seu plural *commodities*, significa mercadoria, é utilizado nas transações comerciais de produtos de origem primária nas bolsas de mercadorias.

Usada como referência aos produtos de base em estado bruto (matérias-primas) ou com pequeno grau de industrialização, de qualidade quase uniforme, produzidos em grandes quantidades e por diferentes produtores. Estes produtos *in natura*, cultivados (*soft commodities*: café, trigo, soja) ou de extração mineral (*hard commodities*: ouro, petróleo, minério de ferro), podem ser estocados por determinado período sem perda significativa de qualidade.

##### 3.1.2 Produção de commodities

A formação de preços das *commodities* é regida pelas mesmas leis de mercado dos outros bens e serviços produzidos no restante da economia (MARQUES, MELLO, MARTINES, 2006). No entanto, existem algumas características importantes da atividade produtiva de *commodities* que devemos observar, para um melhor entendimento da sua formação de preços:

- As *commodities* são geralmente comercializadas na forma não diferenciada.
- As *commodities* são produzidas na forma bruta e são processadas antes de serem vendidas aos consumidores finais.
- As *soft commodities* são geralmente perecíveis, isso diminui o tempo disponível para sua comercialização.
- A produção de *soft commodities* é sujeita à sazonalidade na safra; por isso, a mercadoria produzida precisa ser armazenada para garantir o fornecimento aos consumidores durante o ano inteiro.

- Além de ser alterada em função do clima, a produção também varia em função dos solos, tradições e outros fatores como a localização geográfica e a capacidade da unidade produtiva.
- A produção de *soft commodities* se ajusta dificilmente às necessidades da demanda de mercado porque o planejamento da produção é feito meses ou anos antes à venda da mercadoria, deixando bastante tempo para as condições de mercado se alterar.
- Os grandes produtores de *commodities* enfrentam um alto grau de concorrência. Entretanto, os pequenos produtores rurais de *soft commodities* lidam com poucos compradores de suas mercadorias. Para diminuir estas desigualdades, os produtores rurais se organizam em Associações ou Cooperativas (por exemplo: União da Indústria de Cana-de-Açúcar).

O setor de produção de *soft commodities*, ou agronegócio, está em constante competição pelos recursos escassos da sociedade. É bastante importante que o produtor tenha uma compreensão clara das variáveis macroeconômicas que lhe afeta. Segundo Marques (2006), “Precisa-se saber a influência de políticas econômicas sobre taxas de juros, renda, demanda e produção. Também, precisa-se conhecer os princípios econômicos básicos que regem a demanda e a oferta pelos produtos, os quais também regem a alocação de recursos dentro da empresa” (MARQUES, MELLO, MARTINES, 2006).

## 3.2 RISCO

### 3.2.1 Origem e definição de risco

#### 3.2.1.1 *Etimologia*

O termo “risco” seria procedente do substantivo grego bizantino “rizikon” no significado “o azar, o destino”. Esta relação eventual entre o risco e o azar ou o destino retorna-nos à outras noções como a de fatalidade. Além da pergunta da relação etimológica, a noção de risco é inextricavelmente ligada ao nosso destino final contra o qual lutamos conscientemente ou não.

Uma outra hipótese da origem etimológica da palavra “risco” mais direita é a relação com a palavra latina “*resecare*” que significa “cortar”, como ruptura na continuidade, e cuja evolução em latino medieval “*resecum*” significava “rocha escarpada” em relação ao risco incorrido por uma mercadoria transportada por embarcação em mar.

### 3.2.1.2 Definições

#### Definição geral

A definição geral do *Oxford English Dictionary* (Oxford University Press, 1971) define “risco” como “*hazard, danger; exposure to mischance or peril*” ou seja “exposição ao azar ou perigo”. Consequentemente, colocar alguém “em risco” significa participar voluntariamente ou involuntariamente em uma atividade ou em um evento que poderiam conduzir a ferimento, a dano, ou à perda. A palavra “risco” tem uma conotação pejorativa.

Uma outra definição do risco: medida de perda econômica e/ou de danos à vida humana, resultante da combinação entre as freqüências de ocorrência e a magnitude das perdas ou danos (consequências).

$$R = r(c, f, C)$$

Onde:

$R$  é o risco;

$c$  é o cenário;

$f$  é a freqüência de ocorrência;

$C$  é as consequências (perdas/danos).

#### Definição ISO

A comissão da ABNT, que produziu o texto em português da norma internacional ISO 31000:2009 e do ISO Guia 73:2009, da a definição de “risco” seguinte: “o efeito da incerteza nos objetivos”.

#### Definição científica

Daniel Bernoulli, o médico, físico e matemático suíço, escreveu, em 1738, em *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, a primeira definição científica de “risco”: “o risco é a esperança matemática de uma função de probabilidade de acontecimentos”.

Em termos mais simples, trata-se do valor médio das consequências de acontecimentos afetados da sua probabilidade respectiva. Assim, um acontecimento  $a_1$  tem uma probabilidade de ocorrência  $p_1$  com uma consequência provável  $C_1$ ; do mesmo modo, um acontecimento  $a_n$  terá uma probabilidade  $p_n$  e uma consequência  $C_n$ , então o risco  $r$  valerá

$$r = p_1C_1 + p_2C_2 + \dots + p_nC_n = \sum_{i=1}^n p_iC_i$$

O produto  $p_iC_i$  é chamado valor do risco  $i$ .

Esta definição implica, para o cálculo do risco, o conhecimento de uma sequência estatística de acontecimentos ou pelo menos uma estimativa aproximada ou subjetiva das diversas plausibilidades (probabilidades supostas) e das consequências dos riscos imaginados, quando não se dispõe por históricos de acontecimentos e que contra aquilo deseja-se avaliar um risco.

Se fizer-se uma análise exaustiva, então, todas as situações têm sido identificadas, e sabendo que

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

obtemos

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n p_iC_i}{1} = \frac{\sum_{i=1}^n p_iC_i}{\sum_{i=1}^n p_i}$$

Por conseguinte, o risco é baricentro dos acontecimentos, ou, para tomar uma metáfora tirada da física, aparece como o centro de gravidade das consequências dos acontecimentos ponderados pelas probabilidades de ocorrência.

### Definição financeira

Em finanças, o risco é a probabilidade que o retorno real de um investimento será diferente do que esperado. Isto inclui a possibilidade de perder uma parte ou todo o investimento original. Segundo o Damodaran, a noção de risco inclui não somente o risco de perda “*downside risk*” mas também o risco de ganho “*upside risk*” (os retornos que excedem (DEMODORAN, 2003).

O risco financeiro pode ser dependente do mercado, determinado por vários fatores do mercado, ou operacional, resultando de um comportamento fraudulento. Uma ideia fundamental na finança é a relação entre o risco e o retorno. Segundo a teoria moderna do portfólio (MARKOWITZ, 1959), maior o retorno potencial de um investimento, maior o risco deste investimento.

O cálculo do desvio-padrão dos retornos históricos ou dos retornos médios de um investimento específico é considerado como uma medida histórica do risco.

### **3.2.1.3      *Risco e incerteza***

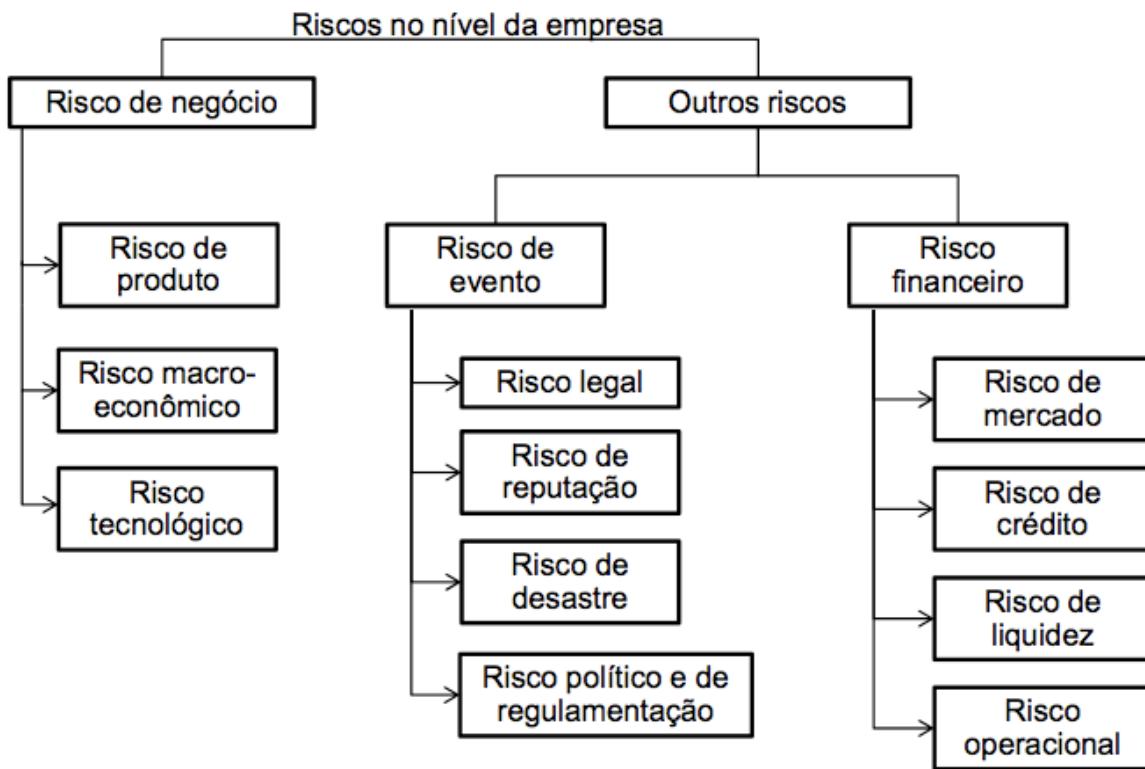
Em economia, uma distinção clássica entre risco e incerteza é a proposta por Frank Knight, da Universidade de Chicago, em sua obra *Risk, Uncertainty, and Profit*, de 1921. Segundo ele, risco é uma incerteza mensurável, uma "falsa incerteza". Assim, o risco de que um evento ocorra é dado por uma distribuição de probabilidades.

"Incerteza deve ser entendida num sentido radicalmente distinto da familiar noção de risco, da qual nunca foi convenientemente separada (...) Incerteza mensurável, ou risco no sentido próprio do termo, é tão diferente de incerteza não mensurável que, de fato, não é, de modo algum, uma incerteza" (KNIGHT, 1921).

O risco designa uma situação em que as possibilidades do futuro são conhecidas. Já a incerteza se refere a uma situação em que não se conhecem essas possibilidades. Knight distingue portanto as situações arriscadas (nas quais a distribuição de probabilidades dos casos possíveis não é conhecida) das situações incertas (nas quais nem mesmo os casos possíveis são conhecidos). Uma incerteza é portanto uma situação em que o futuro não é e nem pode ser conhecido.

### **3.2.2      *Riscos na empresa***

Existem vários tipos de riscos afetando as atividades das empresas (figura6):



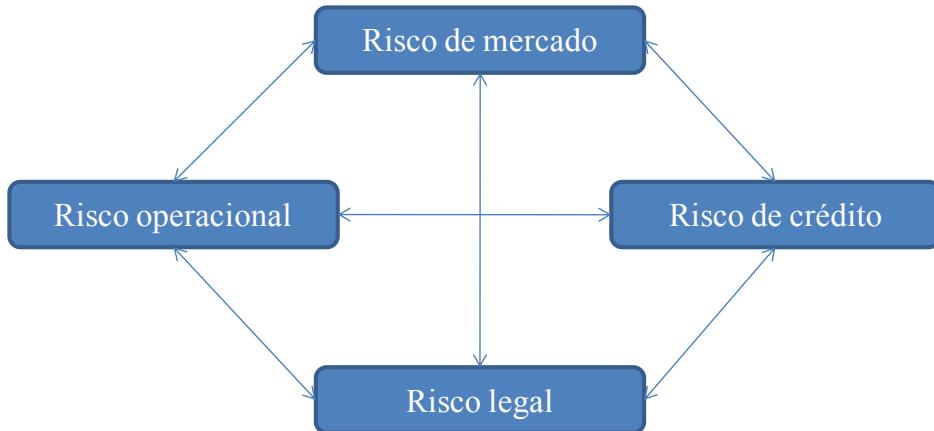
**Figura 6 – Riscos na empresa**

(fonte: BARROS, 2010)

Segundo BARROS (2010), os riscos de negócio são geralmente aqueles que a empresa assume voluntariamente para criar uma vantagem competitiva e gerar valor para os acionistas. Os riscos de evento podem ser atribuídos a outros eventos negativos fora do controle da instituição. Os riscos financeiros estão geralmente associados aos efeitos de variáveis financeiras. Os vários tipos de riscos interagem entre si.

### 3.2.3 Riscos financeiros

Risco está presente em todas as operações feitas no mercado financeiro. Em finanças, o risco é um conceito que pertence a quatro sob grupos: risco de mercado, risco operacional, risco de crédito e risco legal (figura 7).



**Figura 7 – Quatro grande grupos de riscos financeiros**

(fonte: DUARTE, 1993)

### 3.2.3.1 **Risco de mercado**

O risco de mercado é definido como a possibilidade de ocorrência de perdas resultantes da flutuação nos valores de mercado de posições ativas e passivas detidas por instituições financeiras. O risco de mercado inclui os riscos das operações sujeitas à variação cambial, taxa de juros, preços de ações e dos preços de mercadorias (*commodities*) (CROUHY, MARK & GALAI, 2005).

As principais subáreas do risco de mercado são:

- Risco de Taxas de Juros.
- Risco de Taxas de Câmbio.
- Risco de Commodities.
- Risco de Ações.
- Risco de Liquidez.
- Risco de Derivativos.
- Risco de Hedge.
- Risco de Concentração (mercado).

O risco de liquidez, subárea do risco de mercado, é um conceito importante no contexto deste trabalho. O risco de liquidez é o risco de que uma instituição não seja capaz de executar uma transação ao preço prevalecente de mercado porque não há,

temporariamente, qualquer apetite pelo negócio “do outro lado” do mercado (CROUHY, MARK & GALAI, 2005). Este risco se origina da dificuldade em negociar um ativo que não pode ser comprado ou vendido de maneira rápida (a dificuldade de entrar ou sair do mercado).

### **3.2.3.2      *Risco de crédito***

O risco de crédito é definido como a possibilidade de perdas resultantes pelo não recebimento de valores contratados junto a contrapartes em decorrência da incapacidade econômico-financeira destas mesmas contrapartes. Esta definição inclui todas operações nas quais uma instituição financeira concede, ou se compromete a conceder, financiamento sob suas mais diversas formas, incluindo empréstimos, repasses, adiantamentos, compromisso de empréstimos, garantias, cartas de crédito e operações de derivativos (futuros, swaps, *forwards* e opções) nas quais a contraparte pode vir a se tornar devedor. O *default*, ou inadimplência, pode ser causado por problemas financeiros oriundos de má gestão, dificuldades com planos econômicos, obrigações contratuais que não foram cumpridas pela contraparte.

As principais subáreas do risco de crédito são:

- Risco de Inadimplência.
- Risco de Degradação de Crédito.
- Risco de Degradação de Garantias.
- Risco Soberano.

### **3.2.3.3      *Risco operacional***

O Banco Central do Brasil, conforme o artigo 2º da Resolução 3.380, define o risco operacional é como a possibilidade de ocorrência de perdas resultantes de falha, deficiência ou inadequação de processos internos, pessoas e sistemas, ou de eventos externos. Essa definição inclui o risco legal associado à inadequação ou deficiência em contratos firmados pela instituição, bem como a sanções em razão de descumprimento de dispositivos legais e a indenizações por danos a terceiros decorrentes das atividades desenvolvidas pela instituição (CROUHY, MARK & GALAI, 2005).

As principais subáreas do risco operacional são:

- Risco de *Overload* (sistema elétrico).
- Risco de Obsolescência.
- Risco de Presteza e Confiabilidade.
- Risco de Equipamento.
- Risco de Erro Não Intencional.
- Risco de Fraude.
- Risco de Qualificação.
- Risco de Produtos & Serviços.
- Risco de Regulamentação.
- Risco de Modelagem.
- Risco de Liquidação Financeira.
- Risco Sistêmico.
- Risco de Concentração (Operacional).
- Risco de Imagem.
- Risco de Catástrofe.

### **3.2.3.4 *Risco legal***

O risco legal pode ser definido como uma medida numérica da incerteza dos retornos de uma instituição caso seus contratos não possam ser legalmente amparados por falta de representatividade por parte de um negociador, por documentação insuficiente, insolvência ou ilegalidade (CROUHY, MARK & GALAI, 2005).

As principais subáreas do risco legal são:

- Risco de Legislação.
- Risco Tributário.
- Risco de Contrato.

### **3.2.4 Avaliação do risco de mercado**

Em finança, o risco de mercado é intrinsecamente ligado a volatilidade do preço do ativo financeiro considerado. A avaliação do risco é um dos aspectos mais importantes no processo de tomada de decisão para investimento e para captação de recursos. Uma vez no mercado, é fundamental que o investidor não assuma riscos

desnecessários. É necessário analisar não só o risco, mas também o retorno que se espera tendo em vista a intensidade do risco de um negócio.

### 3.2.4.1 Retorno

Em qualquer análise de série de preços, o objeto de discussão é a taxa de retorno do ativo estudado. Os retornos de uma série de preços podem ser calculados de duas maneiras: retorno aritmético ou retorno geométrico (log-retorno).

#### Retorno aritmético

Seja  $S$  o preço de um ativo,  $S_i$  o preço desse ativo no dia  $i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) e  $S_{i-1}$  seu preço o dia precedente  $i - 1$ . Da variação de preço no dia  $i$ , em relação ao preço do dia precedente  $i - 1$ , resulta o retorno diário  $R_i$  deste ativo. O conceito de retorno também pode ser estendido para outras medidas de tempo como mês e ano (SICOOB, 2008). O retorno aritmético  $R_i$  é dado pela equação:

$$R_i = \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} = \frac{S_i}{S_{i-1}} - 1$$

#### Retorno geométrico

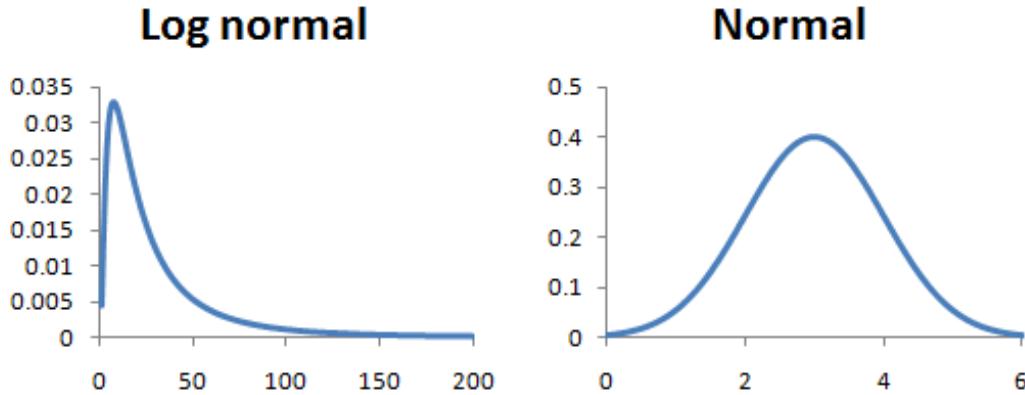
O retorno geométrico, ou log-retorno,  $r_i$  é calculado pelo logaritmo natural da razão dos preços em  $i$  e  $i - 1$ , ou seja:

$$r_i = \ln \left( \frac{S_i}{S_{i-1}} \right)$$

A equação é a mais utilizada no cálculo do retorno para séries financeiras. Ela considera que o preço segue uma distribuição log-normal,  $S \sim \log - N(\mu, \sigma^2)$ , e, por conseguinte, que o retorno geométrico segue uma distribuição normal,  $r \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Isso é devido ao fato que uma variável tem uma distribuição log-normal se o logaritmo natural da variável tem uma distribuição normal. Nesse caso  $\ln(S) \sim N(\mu, \sigma^2)$ . A vantagem de utilizar o retorno geométrico se dá por duas razões básicas.

A primeira delas, Segundo Jorion (2006), é que o cálculo do retorno usando o logaritmo natural  $\ln$  é economicamente mais "realista", pois se os retornos geométricos seguem uma distribuição normal, então a distribuição nunca poderá levar a um preço

negativo, o que é coerente com a idéia de que esta variável é sempre maior ou igual a zero. Isso ocorre porque a cauda esquerda da distribuição normal do tipo  $\ln(S_i/S_{i-1}) \rightarrow -\infty$  quando  $S_i/S_{i-1} \rightarrow 0$  ou  $S_i \rightarrow 0$  (SICOOB, 2008). A figura 8 compara as funções de densidade de probabilidade das distribuições normal e log normal.



**Figura 8 – Funções densidade de probabilidade**

(Fonte: elaboração pessoal)

A outra vantagem de utilizar o retorno geométrico é que ele permite uma decomposição em multi-períodos, em inglês *time additive*, devido às propriedades matemáticas da função logaritmo. Neste sentido, o retorno total de uma série é a soma dos retornos da série. Por exemplo, é possível calcular o retorno mensal de dados diários simplesmente somando os retornos diários. O retorno geométrico pode ser decomposto da maneira seguinte:

$$r_{1,n} = \ln\left(\frac{S_n}{S_0}\right) = \ln\left(\frac{S_1}{S_0}\right) + \ln\left(\frac{S_2}{S_1}\right) + \dots + \ln\left(\frac{S_n}{S_{n-1}}\right) = r_1 + r_2 + \dots + r_n$$

Para variações pequenas de preço o retorno geométrico é aproximadamente igual ao retorno aritmético. Considerando  $r_i = \ln(S_i/S_{i-1}) = \ln(1 + t_i)$  e se a taxa  $t_i$  for pequena, então  $r_i$  pode ser decomposto na série de Taylor  $r_i = t_i - \frac{1}{2}t_i^2 + \frac{2}{3}t_i^3 - \dots$ . Como  $t_i$  é pequeno, pode se considerar  $r_i \sim t_i$  e, neste caso, obtemos:

$$r_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \cong \frac{S_i}{S_{i-1}} - 1$$

Isso pode não ser verdadeiro para mercados com altas volatilidades, como o mercado de *commodities*, ou quando o período considerado é grande (SICOOB, 2008). Por exemplo, um retorno aritmético de +50% equivale à um retorno geométrico de +40.55%, e um retorno aritmético de -50% equivale à um retorno geométrico de -69.31%.

Uma outra vantagem é que o retorno geométrico é simétrico, mas o retorno aritmético  $R_i$  não é: os retornos percentuais aritméticos positivos e negativos não são iguais. Isso significa que para um investimento de R\$100 que da um retorno aritmético de 50% seguido por um retorno aritmético de -50% conduzirá à R\$75, quando um investimento de R\$100 que da um retorno geométrico de 50% seguido por um retorno geométrico de -50% permanecerá à \$100. A tabela 3 compara diversos resultados para um investimento de R\$100.

Investimento inicial, $V_i$	R\$100	R\$100	R\$100	R\$100	R\$100
Investimento final, $V_f$	R\$0	R\$50	R\$100	R\$150	R\$200
Lucro/perda, $V_f - V_i$	- R\$100	-R\$50	R\$0	R\$50	R\$100
Retorno aritmético, $R_i$	-100%	-50%	0%	50%	100%
Retorno geométrico, $r_i$	$-\infty$	- 69.31%	0%	40.55%	69.31%

**Tabela 3 – Comparação de retornos aritméticos e geométricos**

Há uma correspondência simples entre o retorno aritmético e o retorno geométrico:

$$r_i = \ln(1 + R_i) \quad R_i = \exp(r_i) - 1$$

Nesse trabalho, por preocupação de simplicidade e pelas razões evocadas acima, optamos por utilizar o retorno geométrico, por esse ser mais amplamente utilizado quando se trata de retornos de longo prazo.

### 3.2.4.2 Volatilidade

A variável mais importante para qualquer modelo de avaliação de risco de mercado é a volatilidade. A volatilidade do ativo é uma medida de quanto os preços costumam variar e da uma indicação da dispersão futura dos preços dos ativos financeiros. Essa medida está associada ao nível de incerteza sobre o comportamento futuro do mercado. Uma exposição num mercado volátil implica mais risco do que uma exposição num mercado estável.

A volatilidade pode ser estudada de maneira histórica. Contudo, este método de cálculo da aproximação do risco de mercado é contestado dado que faz a hipótese que dados passados tem relevância no que deve ocorrer com o comportamento do ativo no futuro, ou seja, com base em dados passados este método tenta-se estimar a volatilidade no presente. A volatilidade é calculada utilizando o desvio-padrão das variações históricas de rentabilidade do ativo, baseia-se na curva gaussiana das subidas e quedas de preços passadas deste ativo, sobre uma sequência de períodos históricos. Por exemplo, a volatilidade pode ser calculada utilizando o desvio-padrão das variações diárias sobre um mês, ou das variações mensais sobre dez anos.

Para estimar a volatilidade de um ativo financeiro de maneira histórica, o preço do ativo é observado periodicamente em intervalos fixos (por exemplo cada dia, cada semana, ou cada mês).

A fórmula estimando o desvio-padrão, a volatilidade,  $\sigma$ , dos log-retornos  $r_i$  é:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}$$

Onde:

$n - 1$  é o número de observações

$$r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \text{ é a média aritmética dos retornos geométrico, } r_i.$$

A volatilidade elementar pode ser anualizada multiplicando-a pelo número de períodos elementares,  $T$ , no ano.

$$\sigma_T = \sqrt{\sigma^2 \times T} = \sigma \sqrt{T}$$

Por exemplo, se as observações dos preços são diárias, obtemos uma série de retornos diárias  $r_i$ , o estimador da volatilidade diária  $\sigma$ , e, sabendo que o número médio de dias úteis de mercado no ano é de 252, a volatilidade elementar é multiplicada por 252 para obter o estimador da volatilidade anual  $\sigma_{252} = \sigma \sqrt{252}$ .

Uma característica importante da volatilidade é que, em geral, não é constante, mas altera com o tempo.

### 3.2.4.3 Correlação

Em teoria da probabilidade e estatística, a correlação, também chamada de coeficiente de correlação, é uma ferramenta utilizada para estimar o grau de relacionamento linear entre duas variáveis aleatórias. Vários coeficientes são utilizados para situações diferentes. O mais conhecido é o coeficiente de correlação de Pearson (apresentado inicialmente por Francis Galton), o qual é obtido dividindo a covariância de duas variáveis pelo produto de seus desvios padrão (volatilidades).

A correlação entre duas variáveis  $X$  e  $Y$  pode ser definida como

$$\rho = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Onde  $\sigma_X$  e  $\sigma_Y$  são os desvios padrão de  $X$  e  $Y$ , e  $cov(X, Y)$  é a covariância entre  $X$  e  $Y$ . A covariância entre  $X$  e  $Y$  é definida como

$$E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$$

Onde  $\mu_X$  e  $\mu_Y$  são as médias de  $X$  e  $Y$ , e  $E$  é o valor esperado.

### 3.3 MERCADO FUTURO

Segundo Nilsson (2001)e Silva et al. (2003), vários estudos analisaram a utilidade dos instrumentos de *hedging* usados como ferramenta de gestão de riscos. Uma grande parte dos estudos focalizou sobre países em vias de desenvolvimento. Geralmente, estes estudos concluem que *hedging* reduz o risco do preço das *commodities*. Os resultados apoiam a dedução comum de usar o mercado futuro como a ferramenta mais desejada e recomendada na gestão de riscos eficaz.

#### 3.3.1 Definições

##### 3.3.1.1 *Bolsa*

A bolsa é um lugar de encontro entre a oferta e a demanda de ativos padronizados financeiros(ações, títulos de créditos, moedas, mercadorias...).A bolsa é caracterizada por um sistema organizado de cotação. Permite uma finança sem intermediários, ou seja, os agentes que tem um excedente de financiamento investem diretamente na empresa, sem o intermediário do sistema bancário (VERNIMMEN, 2011).

A bolsa tem por objetivo oferecer uma infra-estrutura adequada à realização de negociações. Todas as negociações que ocorrem em bolsa, também podem ser realizadas fora dela. As operações que acontecem fora desse ambiente constituem o mercado de Balcão. Diferentemente das negociações feitas em balcão, todas as operações realizadas em bolsa são garantidas pela instituição.

##### 3.3.1.2 *Mercado à vista*

Chama-se de mercado à vista, ou mercado físico, o mercado onde os negócios são realizados com o objetivo de efetuar uma compra ou uma venda imediata de um ativo real (por exemplos: a mercadoria física açúcar, café, milho e soja) ou financeiro (por exemplos: ações, índices, moedas e taxas), com liquidação física e financeira depois da realização do negócio. Este mercado é também chamado de mercado *spot*.

Uma operação no mercado físico implica o contato entre o vendedor e o comprador para combinar os detalhes da operação, principalmente quanto à quantidade, qualidade, preço e condições de pagamento. No mercado físico, a

liquidação de uma operação pode levar algum tempo. O negócio é concluído quando o comprador recebe o produto e o vendedor, o pagamento.

Nos negócios feitos no mercado físico, a padronização não é necessária. Cada operação é independente da outra e as negociações são feitas em locais de produção ou comercialização fora da Bolsa e, por isso, são chamadas de operações “de balcão”.

### **3.3.1.3      *Mercado a termo***

Um mercado à termo, ou mercado dos contratos à termo, é um lugar onde os operadores se comprometem a comprar ou vender certa quantidade de um bem (mercadoria ou ativo financeiro) por um preço fixado, ainda na data de realização do negócio, para liquidação em data futura.

Os contratos a termo podem ser encontrados em bolsa, mas são geralmente negociados no mercado de balcão sem garantia. Os contratos a termo são liquidados integralmente no vencimento, não havendo possibilidade de sair da posição antes disso. Essa característica impede o repasse do compromisso a outro participante durante a vida do contrato.

Devido a algumas dificuldades apresentadas pelos contratos a termo, como a impossibilidade de recompra ou revenda antes do vencimento e um risco alto de inadimplência e de não cumprimento do contrato, os participantes do mercado preferem o mercado futuro, cuja funcionalidade é mostrada a seguir.

### **3.3.1.4      *Mercado futuro***

O mercado futuro é uma evolução do mercado a termo cujos contratos, chamados de contratos futuros, são negociados somente em bolsa. Tal como no contrato a termo, os operadores de contratos futuros se comprometem a comprar ou a vender certa quantidade de um bem por um preço estipulado para liquidação em data futura. Esse preço futuro reflete as expectativas que os participantes do mercado têm sobre as condições de oferta e demanda futuras do produto subjacente do contrato futuro.

O mercado de contratos futuros se diferenciado mercado a termo no fato de que os compromissos não são liquidados apenas na data de vencimento, mas são

ajustados financeiramente às expectativas do mercado acerca do preço futuro do bem negociado, por meio do procedimento de ajuste diário.

Como o mercado futuro elimina as duas fraquezas do mercado a termo, permitindo uma transparência e uma garantia maior bem como a possibilidade de entrar e sair do mercado a qualquer momento, os contratos futuros tornaram-se muito importantes para as economias em face de sua liquidez.

### **3.3.1.5 *Liquidez de mercado***

Um fator determinante no mercado futuro é a liquidez, ou seja, o volume total dos contratos negociados num dia. A liquidez é definida como a facilidade, ou a dificuldade, que um operador do mercado pode encontrar para comprar e vender ativos.

Para que um mercado futuro funcione efetivamente como um instrumento de garantia de preços, é necessário que haja liquidez suficiente no mercado, ou seja, facilidade de entrar e sair do mercado, o que implica num volume considerável de contratos negociados diariamente.

O risco de liquidez, definido anteriormente, pode ocorrer em função do tamanho de uma determinada posição em relação aos volumes negociados usualmente no mercado; ou quando existe uma diferença muito grande entre os preços oferecidos para compra e os preços de venda (o *spread*).

### **3.3.2 Características do mercado futuro**

#### **3.3.2.1 *Participantes e fluxos de interação***

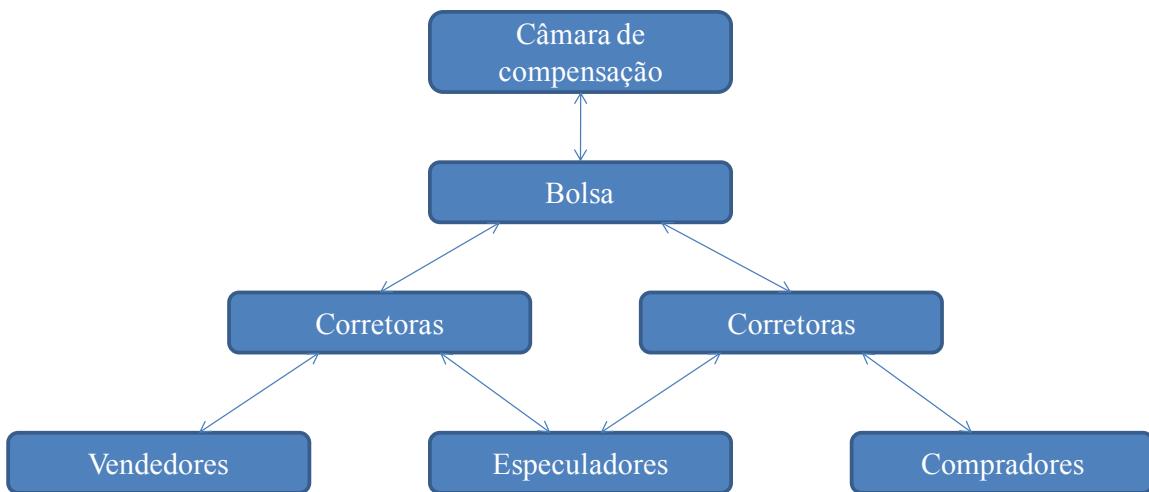
Os participantes do mercado futuro podem ser divididos em clientes, corretoras, bolsa e câmara de compensação.

- Os clientes são os participantes que utilizam o mercado futuro para fins pessoais, dividindo-se em: *hedgers*, especuladores e arbitradores.
  - O *hedge* é o agente econômico que busca uma proteção (*hedge* em inglês), no mercado futuro, contra os riscos aos quais está exposto em sua atividade econômica. Ele pode ser um vendedor de produtos comercializados no mercado futuro (por exemplo um produtor rural que está procurando garantir o melhor preço para sua safra), ou um

comprador (por exemplos agroindústrias processadoras e exportadores que estão buscando garantir que as mercadorias compradas não sofram altas consideráveis). O *hedger* procura uma proteção contra as oscilações futuras de preços no mercado físico de uma mercadoria.

- O especulador é o agente disposto a assumir os riscos não desejados pelos *hedgers*, ele não está interessado na mercadoria física e sim em ganhos. O especulador é um participante importante que tem uma função econômica fundamental para o funcionamento do mercado futuro. Ele sempre está comprando ou vendendo contratos futuros, fornecendo liquidez no mercado e ajudando na transferência dos riscos.
- O arbitrador é o agente que está interessado em tirar proveito das instabilidades temporárias entre dois mercados. Por exemplo, existem distorções entre os preços do mercado à vista e do mercado futuro. Quando estas distorções aparecem, o arbitrador, que está monitorando os preços, compra em um mercado e vende em outro até voltar ao ponto de equilíbrio. A atuação dos arbitradores tende a corrigir as distorções dos mercados.
- As Corretoras são os intermediários entre os clientes e a Bolsa, elas atuam por conta dos clientes. No objetivo de realizar uma operação no mercado futuro, os clientes devem indicar as suas intenções através de uma corretora de mercadorias que seja membro da Bolsa. As corretoras participam no pregão através de seus operadores que, além de executar as ordens dos clientes, acompanham o andamento das suas contas e as suas posições com a câmara de compensação.
- A Bolsa, como definida anteriormente, é um local físico onde corretoras operam os negócios a futuro. A Bolsa, entidade sem finalidade lucrativa, possui um sistema de negociação eletrônico ou viva-voz, e regras predefinidas para a realização de operações de compra e venda de ativos.
- A Câmara de compensação (*clearing house* em inglês) é uma central de custódia que garante a efetividade e a contrapartida de todas as operações. Ela requer dos operadores de mercado que depositam margens e outras garantias como

depósitos de compromisso. Estes depósitos visam cobrir prejuízos causados pela inadimplência de clientes. A *clearing* é responsável por todos os pagamentos e recebimentos. Quem deve receber recebe da *clearing* que cobra do devedor. Mesmo se o devedor não paga, a outra contrapartida de uma operação é creditada pela *clearing*. Ela pode ser uma empresa contratada ou um departamento próprio da Bolsa.



**Figura 9 – Fluxos de interacção entre os participantes do mercado**

(fonte: elaboração pessoal)

### 3.3.2.2 **Contratos padronizados**

Uma das características dos mercados futuros, a contrário dos mercados a termo, é que os contratos são padronizados. A especificação dos contratos futuros é definida sobre itens como: qualidade da mercadoria, tamanho do lote, forma de cotação, data de vencimento. A padronização é vantajosa para os participantes do mercado futuro porque, além de facilitar a transparência das transações, ela oferece uma visibilidade para o preço futuro e razoável grau de intercambialidade e de liquidez para os contratos.

A tabela 4 seguinte mostra as principais diferenças entre os contratos a termo e os contratos futuros:

Característica	Contrato Futuro	Contrato a Termo
Local de negociação	Bolsa de futuros	Fora da Bolsa
Padronização	Definida pela bolsa	Definida entre as partes
Prazo	Vencimento padronizado pela Bolsa	Definido entre as partes ou usuários do mercado
Liquidação	Financeira ou física	física
Operadores	Profissionais (dão prioridade à liquidez)	Usuários finais (dão prioridade à flexibilidade)
Garantias	Mecanismos de Bolsa e <i>Clearing House</i>	Definidas em contrato e confiança
Correções de preços	Diárias	No vencimento do contrato
Tamanho do contrato	Padronizado pela Bolsa	Negociável entre as partes
Data de entrega	Padronizada pela Bolsa	Negociável entre as partes
Local de entrega	Padronizado pela Bolsa	Negociável entre as partes
Método de negociação	Preços determinados num leilão da Bolsa de futuros	Preços determinados privadamente entre as partes
Depósitos de segurança	Depósito de margem de garantia na Bolsa	Dependente das relações de crédito entre as partes
Frequência de entrega física	Baixa	Alta
Regulação	Banco Central, Comissão de Valores Mobiliários e auto-regulação das Bolsas	Leis comerciais

**Tabela 4 – Diferenças entre os contratos futuros e contratos a termo**

(Fonte: MARTINES FILHO, 2008)

### 3.3.2.3 ***Custos operacionais***

Os custos operacionais envolvidos na abertura de uma posição (operação de compra ou de venda) de contratos futuros na BM&F são os seguintes:

- Taxa Operacional Básica (TOB): é a taxa de corretagem que é estipulada pela Bolsa (BM&F) e que deve ser paga no dia seguinte à abertura e ao encerramento da posição. A taxa, calculada sobre o preço de ajuste do dia anterior do segundo vencimento em aberto, é de 0,30% para uma operação normal e de 0,07% para um *day trade*.
- Taxa de Emolumentos (TE): são as taxas que mantêm a Bolsa funcionando e são estipuladas em 6,32% da TOB.
- Taxa de Registro (TR): é o quinhão do governo, fixado em 20% da TE.
- Taxa de liquidação (TL): trata-se de uma outra taxa de corretagem que se refere à liquidação física por entrega de produtos agropecuários e objetiva a cobertura das despesas da *Clearing* com os procedimentos envolvidos na entrega física. O pagamento da TL deve ser efetuado no dia seguinte do encerramento da posição ou no vencimento do contrato. Seu valor é de 0,45% do total negociado tendo como preço base o valor da liquidação do contrato no vencimento.

A Bolsa cobra as taxas as sobre as corretoras e não sobre os clientes. Os clientes pagam as taxas para as corretoras.

### 3.3.2.4 ***Ajuste diário***

No mercado futuro os preços dos contratos futuros são reavaliados diariamente através de ajustes, para refletir as novas condições de mercado. Os ajustes diários são créditos ou débitos resultantes da diferença entre o preço de fechamento do pregão do dia e o preço de fechamento do pregão do dia anterior.

Se um participante estiver comprando contratos futuros na Bolsa e o mercado subir, os ajustes são positivos e ele será creditado a diferença entre a cotação de ajuste diário de hoje e a de ajuste diário de ontem; se o participante estiver vendendo os contratos os ajustes são negativos e ele será debitado na diferença entre a cotação do dia anterior e a do dia de hoje. Observa-se que o ganho do comprador é igual à perda do vendedor e vice-versa. Estes ajustes são efetuados diariamente pela Bolsa, de

forma a liquidar os débitos e os créditos antes do vencimento do contrato aumentando a segurança do sistema.

O ajuste diário permite que qualquer uma das contrapartes possa desfazer a operação a qualquer momento antes do vencimento, repassando-a para uma terceira parte pelo preço do dia. Além disso, por ser relativamente pequeno em relação ao tamanho da posição e por ter liquidação financeira diariamente, o ajuste diário evita que uma das contrapartes (a que está se prejudicando) deixe de cumprir seu compromisso. Ele é fundamental porque, diariamente, todas as partes nivelam suas posições, recebendo seus rendimentos ou pagando suas obrigações. Esse ajuste, reduzindo o risco de inadimplência e aumentando a liquidez, é uma das grandes diferenças entre o mercado futuro e a termo.

### **3.3.2.5      *Margem de garantia***

Para ter a segurança que todos os participantes do mercado paguemos ajustes diários, a Bolsa, através da Câmara de Compensação, exige o depósito da margem de garantia para cobrir o risco de suas posições. É um meio de certificar que os pagamentos dos ajustes diários serão cumpridos. A margem de garantia pode ser depositada em dinheiro, carta de fiança, títulos públicos e outros ativos, a critério da bolsa.

### **3.3.2.6      *Liquidação de posições***

#### **Entrega física**

Alguns contratos futuros de *hard e soft commodities* podem ser liquidados por entrega física da mercadoria no vencimento. Neste caso, um aviso de liquidação por entrega física deve ser emitido para a Bolsa pelo vendedor, através da sua corretora, dentro de um período estabelecido pela Bolsa (por exemplo no Brasil, a BM&F define que pelos contratos futuros de açúcar o vendedor deve apresentar um aviso de entrega a partir do primeiro dia do mês de vencimento do contrato até o quinto dia do mês de vencimento).

A entrega deve ser realizada em armazéns cadastrados e credenciados na Bolsa.

Caso a entrega for feita num lugar diferente do lugar de formação do preço, as partes da transação tem que tomar em conta o custo de frete (divulgado pela Bolsa) para verificação do valor de liquidação.

Para disponibilização da mercadoria física aos clientes compradores, a Bolsa da prioridade aos clientes com cuja posições tem mais antiguidade, ou seja, as posições que foram abertas há mais tempo.

### **Liquidação financeira**

As *commodities* que não podem ser entregadas fisicamente, devido às características da mercadoria e/ou às restrições legais, devem ser liquidadas financeiramente em referência a um indicador de mercado.

Quando abrir uma posição com contratos futuros de liquidação financeira o operador não precisa se preocupar com a entrega e com o encerramento da posição antes do vencimento. Depois do vencimento dos contratos, a posição é encerrada através de uma operação inversa (chamada reversão) de revenda ou recompra da mesma quantidade dos contratos.

Um exemplo de indicador de mercado, para liquidação financeira, pode ser o preço de mercado à vista para realizar a reversão da posição de maneira automática.

Ao longo da vida da posição, o valor total é reajustado ao final de cada pregão baseando-se no preço de ajuste do dia que é determinado pela Bolsa. A movimentação financeiro entre o ganhador e o devedor acontece o dia útil seguinte, ou seja em  $D + 1$ .

#### **3.3.2.7 Negociação e Pregão**

O pregão é uma modalidade de licitação que incrementa a competitividade e amplia as oportunidades de participação nas licitações para os licitantes. Os licitantes são Pessoas Jurídicas ou Pessoas Físicas interessadas em vender bens e/ou serviços. O pregão pode ser presencial (onde os licitantes se encontram e participam da disputa) ou eletrônico (onde os licitantes se encontram em sala virtual pela internet, usando sistemas de governo ou particulares).

As bolsas organizam pregões públicos diários, que são realizados em horários pré-determinados, e usam plataformas eletrônicas para conduzir seus negócios. Os pregões eletrônicos substituíram os pregões em “viva-voz” no objetivo de aumentar a

quantidade de participantes, baratear o processo licitatório, e eliminar os encontros e interfaces pessoais, num “pit” (ou Sala de Negociações) localizado na Bolsa, por encontros virtuais dos agentes negociando.

As vantagens do pregão eletrônico sobre o pregão viva-voz são:

- Maior transparência dos preços
- Execução e confirmação instantânea dos negócios
- Redução de custos operacionais
- Economias de escala no sistema de execução de ordens

### 3.3.3 Convergência dos preços futuro e à vista

Os preços são formados por meio de processo competitivo entre compradores e vendedores nas rodas de negociação dos pregões ou em sistemas eletrônicos. Tais preços revelam as expectativas do mercado quanto ao valor de uma mercadoria ou de um ativo no futuro. Em função da alta volatilidade dos mercados, os preços podem variar bastante de um dia para o outro ou até mesmo durante um dia.

A relação entre o preço à vista e o futuro pode ser explicada pela seguinte expressão:

$$F(t, T) = S(t) \cdot (1 + i)^{n/252} + C_{car} + C_{err} \quad (1)$$

Onde:

$F(t, T)$  é o preço do contrato futuro com data de vencimento  $T$

$S(t)$  é o preço à vista (*spot price*)

$i$  é a taxa de juro anual

$n$  é o número de dias até vencimento

$C_{car}$  é o custo de carregamento (frete, estocagem etc.);

$C_{err}$  é o componente de erro

252 é o número de dias úteis em um ano

Por exemplo, se considerarmos que o etanol seja negociado por 760,30R\$/m<sup>3</sup> no mercado à vista, que a taxa de juro esteja em 10% ao ano, que o custo de estocagem seja de 4,00 R\$/m<sup>3</sup> por mês para o etanol, e que o custo de corretagem seja de R\$0,25

por operação. Aplicando a fórmula anterior, obtemos o preço do contrato futuro de etanol cujo vencimento ocorrerá daqui a 40 dias uteis:

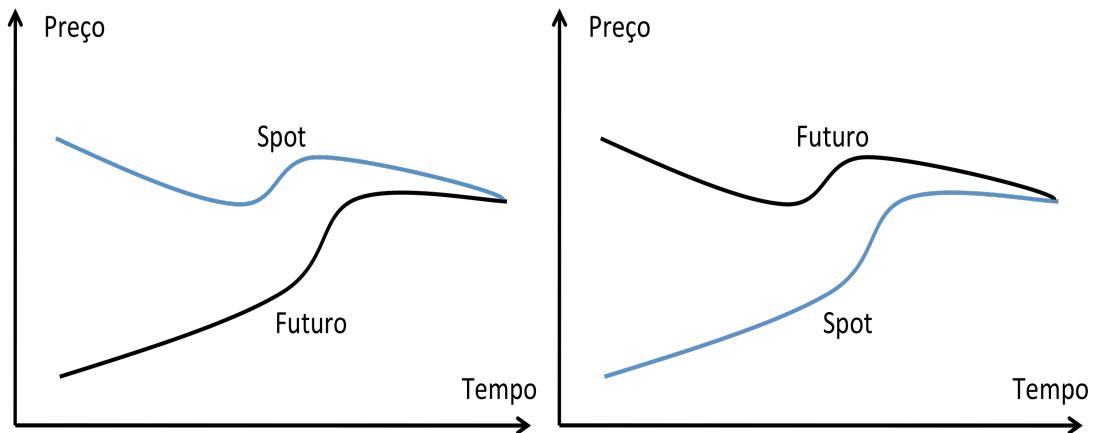
$$F = 760.30 * (1 + 0.1)^{40/252} + 4 * (40/30) + 0.25 = 777.47 \text{ R\$}/\text{m}^3$$

O contrato futuro deverá ser cotado por 777.47 R\$/m<sup>3</sup>, este valor é o *fair value*. Se a cotação for diferente, haveria oportunidades de arbitragem. Por exemplo, se o preço do contrato futuro negociado no mercado era superior ao *fair value* calculado a partir do preço à vista (aplicando a fórmula anterior), o arbitrageur pode tomar a oportunidade de arbitragem, a seguir:

- Vender os contratos futuros no mercado de futuros.
- Comprar a mercadoria (o etanol) no mercado à vista.
- Entregar na data de vencimento dos contratos futuros.

Quando os arbitradores tomam esta oportunidade (eles ganham um lucro que corresponde à diferença entre o preço futuro e o *fair value*), o preço futuro diminui e o preço à vista sobe até que o *fair value* fica igual ao preço futuro. A atuação do arbitrador restabelece o equilíbrio de preços, levando a cotação a tal ponto que anule qualquer lucro e a oportunidade de arbitragem desaparece.

De uma maneira geral, ao se aproximar a data do vencimento do contrato futuro, o preço futuro deverá convergir para o preço do ativo base no mercado à vista, caso contrário haveria espaço para arbitragem. Duas formas alternativas de fazê-lo são apresentados na figura 9. O preço futuro pode se aproximar do preço à vista ou abaixo ou acima.



**Figura 9 -Convergência dos preços à vista e futuro**

(Fonte: HULL, 2008)

A convergência do preço futuro para o preço à vista ocorre, normalmente, por meio do processo de decisão de reversão de posição ou de entrega. Se o vendedor não quer entregar é porque o preço da Bolsa está mais baixo do que o do mercado à vista. Ao decidir reverter sua posição, deverá transmitir ordem de compra a sua corretora, forçando as cotações para cima até o limite do mercado à vista. Se o comprador não quer receber, deve reverter sua posição comprada, transmitindo ordem de venda à corretora, o que levará as cotações para baixo até o limite do mercado à vista. Portanto, a convergência é resultado do processo de arbitragem que se introduz entre os dois mercados (vista e futuro) enquanto há diferencial entre ambos.

### 3.4 HEDGING

Nesta parte do trabalho, apresentamos o conceito econômico de *hedge* e suas implicações. Um ponto importante é saber se o operador do mercado futuro que produz, vende ou compra o bem negociado no futuro, está especulando ou se protegendo contra variações de preço (*hedging*).

### 3.4.1 Definições

#### 3.4.1.1 Hedge

O conceito de *hedge* está ligado ao fundamento e à origem do mercado futuro: administrar riscos. Fazer um *hedge* de uma operação é fazer a proteção de um preço, a fixação de um valor para proteger uma *commodity* das variações bruscas de valores. O *hedge* é uma operação criada para ajudar os participantes primários do mercado, os *hedgers*.

De modo geral, pode-se entender *hedge* como uma operação de proteção em que o operador toma determinada posição para evitar ou diminuir variações de preço e, assim, de sua riqueza (SILVEIRA BUENO, 2002).

Fazer um *hedge* é realizar uma operação que auxilie na administração do risco inerente à atividade. Um *hedge* é geralmente uma posição, ou uma combinação de posições, que reduz determinado tipo de risco. Normalmente é feito tomando posições que se compensam no mercado futuro. Quem produz, comercializa e exporta *commodities* tem a necessidade de garantir um retorno mínimo para manter a atividade. Utilizar o mercado para fazer um *hedge* é manter uma margem de lucro mínima nos negócios e se proteger de variações bruscas e não desejadas nos preços.

Uma estratégia de *hedging* consiste em realizar um determinado investimento com o objetivo específico de reduzir ou eliminar o risco de outro investimento ou transação. No caso do produtor de etanol, consideramos o risco como as grandes variações de preço do etanol e a transação que precisa ser protegida é a venda de etanol. Normalmente, um *hedge* consiste em tomar uma posição contraria a transação utilizando contratos futuros; esta posição vai ter por efeito de cancelar as variações de preço.

O *hedging* são operações para garantir um preço e margens de lucro, a intenção primeira não é ampliar o lucro. Com as operações de *hedge* evitam-se perdas pela oscilação de preços transferindo o risco a outro participante do mercado. Esse é o papel intrínseco do mercado futuro. Segundo Ederington (1979), é possível fazer um *hedge* usando o mercado de balcão, mas um mercado futuro organizado facilita as transações, na medida em que padroniza um contrato e substitui o risco de

inadimplência do operador pelo risco de inadimplência da bolsa, isto é, diminui efetivamente o risco dos operadores de mercados futuros (SILVEIRA BUENO, 2002).

### 3.4.1.2 *Hedgers*

O *hedge* é a defesa, *hedging* é o ato de fazer o *hedge*, e *hedger* é quem faz a ação de *hedging*. O *hedger* pode ser pessoa física ou jurídica, é quem compra ou vende uma *commodity* ou outro tipo de contrato na bolsa. Poder ser um produtor rural, um comerciante, um exportador, uma indústria transformadora e de processamento, uma *trading house*, um armazenador, um vendedor de sementes de petróleo, bancos, etc. Todos buscam uma forma de garantir um preço de venda ou de compra de determinada mercadoria.

O dia a dia dos *hedgers* é de comprar ou vender contratos futuros de determinado produto para reduzir os riscos de prejuízo em uma operação do mercado físico. Um exportador de café brasileiro, por exemplo, se hoje fecha um contrato para entrega em três meses nos EUA, ele pode se proteger no mercado travando sua operação; ou compra o produto hoje e paga um alto custo de armazenagem; ou espera que não haja nenhuma variação grande no valor do dólar ou na cotação do café.

### 3.4.1.3 *Base*

Nem todo o *hedge* é perfeito. A tendência de convergência do preço futuro e o preço à vista existe. Se tal convergência não existisse em determinado mercado, não haveria por que realizar o *hedge*. A tendência dos preços caminharem na mesma direção é garantida pela possibilidade de entrega física do produto. Embora a maioria dos contratos seja liquidados financeiramente, se os preços no físico estiverem superiores aos do futuro, os operadores vão buscar a entrega física, o que forçará um equilíbrio no mercado. A entrega física, se muito utilizada, pode levar ao que o mercado chama de *squeeze*, ou seja, a falta de produto para liquidação dos contratos (fato muito raro).

Mesmo com os preços tendendo a convergir, isso não sempre ocorre de forma linear absoluta. Os exemplos considerados até agora foram fora da realidade do mercado; o *hedger* foi capaz de identificar com precisão a data pela qual um ativo será comprado ou vendido. O *hedger* então foi capaz de utilizar contratos futuros para

remover quase todos os riscos decorrentes do preço do ativo na mesma data. Na prática, o *hedging* não é tão simples. As discrepâncias ocorre quando, por exemplo, não há a possibilidade de comprar ou vender um contrato para o mês desejado (falta de liquidez); o produto negociado na bolsa (o ativo subjacente do contrato futuro) não é o mesmo que o produto possuído; caso o produto esteja depositado num local distante do determinado pela bolsa. Há também situações nas quais o *hedger* se depara com a necessidade de liquidar o seus contratos antes do esperado. Todas estas imperfeições dão origem ao risco de base ou *basis risk*.

Segundo Kyriakos (2003), a base, numa situação de *hedging*, nada mais é do que a diferença do preço futuro de uma *commodity* e seu valor à vista, ou seja:

$$b(t) = S(t) - F(t, T)$$

Onde:

$b(t)$  é a base;

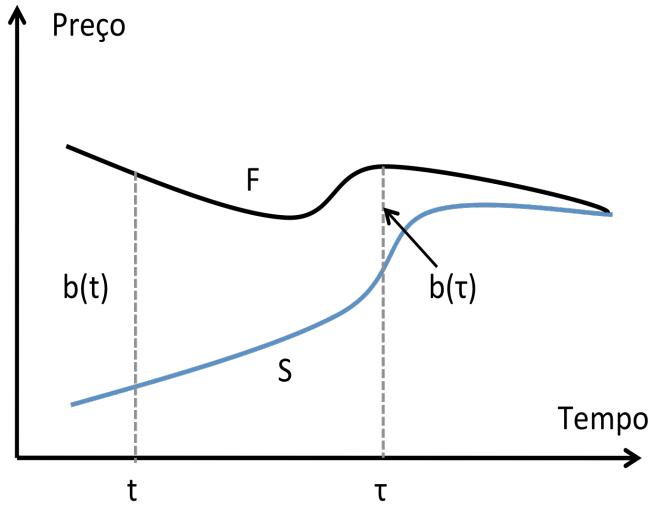
$S(t)$  é o preço à vista (ou *spot price*);

$F(t, T)$  é o preço futuro do contrato utilizado.

Se a *commodity* a ser protegida é a mesma à *commodity* subjacente do contrato futuro utilizado, a base deve ser zero no vencimento do contrato futuro. Antes do vencimento, a base pode ser positiva ou negativa. Se a data de entrega de mercadoria de um produtor é antes do vencimento do contrato futuro utilizado para o *hedge*, então a base significará as "perdas" ou os "ganhos" do *hedge* que não são conhecidos no momento de entrar na posição de *hedging*. Com a passagem do tempo, as variações do preço à vista e do preço futuro não têm necessariamente a mesma amplitude. Por isso, a base varia também. Um aumento da base é referido como um "reforço da base", uma diminuição da base é referido como um "enfraquecimento da base".

Hoje o preço de etanol é  $S(t)$ , o produtor tem que entregar a sua produção em  $T$ . Para fazer o *hedge* de venda, ele vai no mercado futuro e entra numa posição vendida com um contrato futuro de etanol com data de vencimento  $T > t$ . O preço do contrato futuro hoje é  $F(t, T)$ , e a base hoje é  $b(t) = S(t) - F(t, T) < 0$ . A base no momento da

entrega é  $b(\tau) = S(\tau) - F(\tau, T)$ , e indicará os ganhos ou as perdas do *hedge*. Ver afigura 10 abaixo para uma representação do risco de base.



**Figura 10 – Risco de base**

(Fonte: KYRIAKOS, 2003)

No momento  $\tau$ , o produtor vai encerrar a posição vendida no mercado futuro comprando de volta os mesmos contratos futuros e, ao mesmo tempo, vender a sua produção de etanol ao preço à vista  $S(\tau)$ . Esse procedimento deixa o produtor com uma perda de  $F(\tau, T) - F(t, T)$  no mercado futuro, pois os contratos futuros foram vendidos em  $t$  e comprados em  $\tau$ . Conseqüentemente, a renda total é:

$$S(\tau) + F(t, T) - F(\tau, T) = F(t, T) + b(\tau)$$

O valor  $F(t, T)$  é conhecida ao momento  $t$ , o valor  $b(\tau)$  representa o risco de base. Se  $\tau = T$ , então  $b(\tau) = b(T) = 0$ , e não tem risco de base (KYRIAKOS, 2003).

Como anotado antes, a *commodity* dos contratos futuros utilizados para o *hedge* pode ser diferente da *commodity* a ser protegida. Caso os contratos futuros de etanol não tenham disponibilidade, por causa de falta de liquidez por exemplo, pode se usar contratos futuros de açúcar ou de gasolina que são as duas *commodities* que revolvem ao redor do etanol.

Anotando  $S(t)$  o preço de etanol,  $S^*(t)$  o preço de açúcar, e  $F(t)$  e  $F^*(t)$  os preços futuros correspondentes. O produtor tem que entregar etanol na data  $\tau$  mas não tem

contratos de etanol disponíveis, então ele usa contratos futuros de açúcar. Nesse caso, a renda total é:

$$S(\tau) + F^*(t, T) - F^*(\tau, T)$$

Essa expressão matemática pode ser reescrita assim:

$$F^*(t, T) + [ S(\tau) - S^*(\tau) ] - [ F^*(\tau, T) - S^*(\tau) ]$$

A quantidade  $F^*(\tau, T) - S^*(\tau)$  é a base do açúcar  $b^*(\tau)$  o que existiria se a mercadoria a ser entregada realmente era açúcar. A quantidade  $S(\tau) - S^*(\tau)$  é a base devido à diferença entre das duas *commodities* (KYRIAKOS (2003)).

No exemplo acima, se  $\tau = T$ , ou seja, se a data de vencimento do contrato futuro é igual a data de entrega da mercadoria (data de fim do *hedge*), então  $F^*(\tau, T) = S^*(\tau)$  e a base do *hedge* seria somente devido à diferença entre as duas *commodities*. Por outro lado, se as duas *commodities* foram perfeitamente correlacionadas, então  $S(\tau) = S^*(\tau)$ , e haveria somente uma base devido às diferenças de maturidade. Quando não há nenhum contrato futuro cujo subjacente seja igual à mercadoria produzida, o *hedger* tem que escolher contratos futuros de uma *commodity* cujo preço tem a correlação mais alta possível com a *commodity* a ser protegida.

A base também pode vir da diferença de dois preços de uma mesma mercadoria em mercados diferentes, ou da diferença de preços devido à qualidade dos produtos negociados no mercado à vista e futuro. Mesmo com essas diferenças as cotações à vista e futura apresentam a mesma tendência durante a vida do contrato. Se os ativos negociados forem os mesmos a base deveria ser zero no momento do vencimento do contrato.

O *hedge* é uma operação que busca neutralizar a variação de preços mas não consegue eliminar esse risco totalmente. Os preços no mercado físico e no mercado futuro podem caminhar para cima ou para baixo na mesma intensidade, mas isso não é frequente. Há diferenças no ritmo de movimentação por razões como notícias de aumento ou diminuição de produção, falta de locais para armazenagem, dificuldades no transporte etc.

### **3.4.1.4      *Rolagem do hedge***

Às vezes, a data de entrega (data de vencimento do hedge) é posterior à data de vencimento de todos os contratos futuros disponíveis. O hedger deve então rolar o hedge para a frente, fechando a posição de contratos futuros com vencimento curto e tomando a mesma posição com contratos futuros com data de vencimento posterior. Os hedges podem ser rolados varias vezes (KYRIAKOS, 2003). Uma empresa produtora de mercadorias agrícolas quer usar um hedge vendido para reduzir o risco associado ao preço à ser recebido na venda da mercadoria no tempo  $t = T$ . Se existem contratos futuros  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$  (que não existem necessariamente ao mesmo tempo) com datas de vencimento progressivamente mais tarde no tempo, a empresa pode utilizar a estratégias seguinte:

Tempo  $t = \tau_1$ : posição vendida de contratos futuros  $F_1$

Tempo  $t = \tau_2$ : encerramento da posição vendida de contratos futuros  $F_1$

entra numa posição vendida de contratos futuros  $F_2$

Tempo  $t = \tau_3$ : encerramento da posição vendida de contratos futuros  $F_2$

entra numa posição vendida de contratos futuros  $F_3$

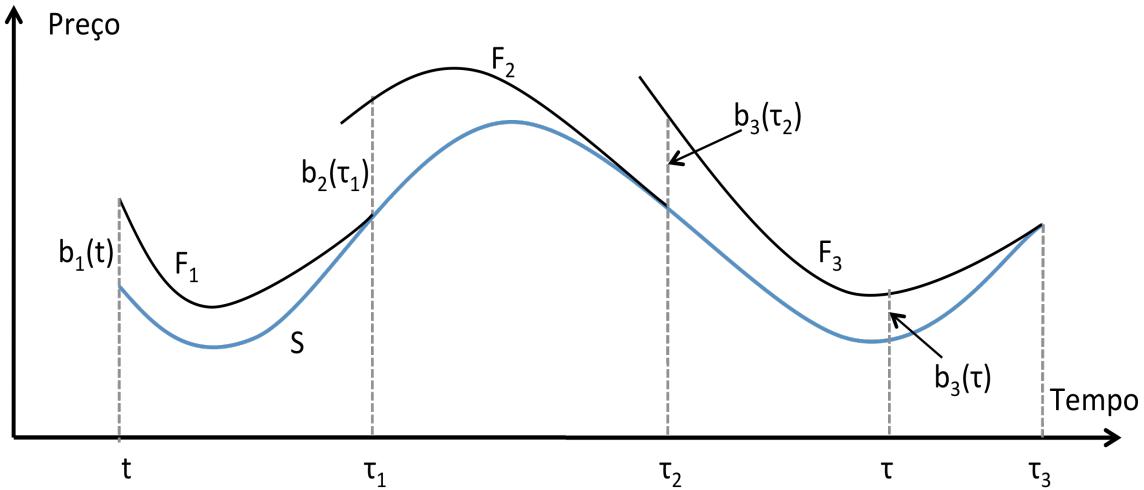
11

Tempo  $t = \tau_p$ : encerramento da posição vendida de contratos futuros  $F_{p-1}$

entrada numa posição vendida de contratos futuros  $F_n$

Tempo  $t = T$ : encerramento da posição vendida de contratos futuros  $F_n$

Na estratégia acima, existem  $n$  fontes de incerteza, resultando em  $n$  riscos de base diferentes.  $n - 1$  deles é referido como base de rolagem: eles representam a incerteza sobre a diferença entre o preço futuro do contrato (curto) que é fechado e o preço do novo contrato futuro (longo) que é aberto quando o *hedge* é rolado. O último risco de base é a incerteza sobre o preço do contrato enésima contrato futuro utilizado e o preço à vista da mercadoria ao momento de fechar a operação de *hedging*. A Figura 11 ilustra a base de rolagem.



**Figura 11 – A base na rolagem do hedge**

(Fonte: KYRIAKOS, 2003)

A figura acima descreve a base durante dois rolagens. Um produtor precisa entregar etanol ao momento  $\tau$ , os vencimentos dos contratos futuros de etanol são  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  e  $\tau_3$  como mostrado na figura.

Inicialmente, o *hedger* vende os contratos futuros  $F_1$ . Quando  $t = \tau_1$  o *hedger* fecha a sua posição; o preço do contrato futuro  $F_1$  é agora igual à  $S(\tau_1)$  devido à convergência dos preços futuro e à vista. Consequentemente, através da marcação *mark-to-market* o *hedger* realiza uma renda de  $F(t, \tau_1) - S(\tau_1)$ . Simultaneamente, o *hedger* vende os novos contratos futuros  $F_2$  com data de vencimento  $\tau_2$  e que valem  $F(\tau_1, \tau_2)$ . Quando  $t = \tau_2$  ele repete os mesmos passos. A renda é  $F(\tau_1, \tau_2) - S(\tau_2)$  e ele vendeu os futuros novos  $F_3$  ao preço  $F(\tau_2, \tau_3)$ . Finalmente, quando  $t = \tau$  o *hedger* fecha a sua posição final. O preço do contrato futuro  $F_3$  nesse momento é  $F(\tau, \tau_3)$  e o preço da mercadoria à vista é  $S(\tau)$ . A renda é  $F(\tau_2, \tau_3) - F(\tau, \tau_3) + S(\tau)$ . Ele também entrega a mercadoria e recebe  $S(\tau)$  (KYRIAKOS, 2003).

A renda total desta estratégia de *hedging* é

$$F(t, \tau_1) - S(\tau_1) + F(\tau_1, \tau_2) - S(\tau_2) + F(\tau_2, \tau_3) - F(\tau, \tau_3) + S(\tau)$$

O que pode ser reescrito expressando as bases:

$$F(t, \tau_1) - b_2(\tau_1) - b_3(\tau_2) + b_3(\tau)$$

Exemplo ilustrando quantitativamente a base de rolagem: em Abril de 2010, uma empresa produtora de etanol vai vender 120,000 m<sup>3</sup> de etanol em junho de 2011, para garantir um lucro ela faz um *hedge*. O preço à vista é de 760.30R\$/m<sup>3</sup>. Embora os contratos futuros são negociados com vencimentos até vários anos no futuro, supõe-se que apenas os seis primeiros meses de entrega têm liquidez suficiente para satisfazer as necessidades da empresa (na prática do mercado, os contratos com vencimento curto são mais negociados do que aqueles com vencimentos longos). A empresa, portanto, vende 4000 contratos futuros com vencimento curto outubro 2010. Em setembro de 2010, a empresa procede na rolagem do *hedge* para vencimento em março de 2011. Em fevereiro de 2011, ela rola o *hedge* de novo para o vencimento de junho de 2011.

Data da operação	Arb. 2010	Set. 2010	Fev. 2011	Jun. 2011
Preço do contrato outubro 2010	760	759.50		
		759	758.80	
Preço do contrato março 2011			758.50	758.40
	760.30			758.50
Preço do contrato julho 2011				
Preço spot				

**Tabela 5 – Dados para o exemplo de rolagem de contratos futuros de etanol**

Um resultado possível é mostrado na tabela 5. Os contratos futuros com vencimento outubro 2010 são vendidos por 760 R\$/m<sup>3</sup> e a posição vendida é encerrada pela compra dos mesmos contratos por 759.50R\$/m<sup>3</sup>, para um lucro de 0.5 R\$/m<sup>3</sup> por contrato. Os contratos de março 2011 são vendidos por 759R\$/m<sup>3</sup> e comprados por 758.80 R\$/m<sup>3</sup>, para um lucro de 0.2R\$/m<sup>3</sup> por contrato. Os contratos de julho 2011 são vendidos por 758.50R\$/m<sup>3</sup> e comprados por 758.40 R\$/m<sup>3</sup>, para um lucro de 0.1R\$/m<sup>3</sup> por contrato. O preço final do etanol é 758.50 R\$/m<sup>3</sup>.

O lucro (em R\$/m<sup>3</sup>) da posição de venda dos contratos futuros é:

$$4000 * [(760 - 759.50) + (759 - 758.80) + (758.50 - 758.40)] = 4000 * 0.80 = 3200$$

Multiplicando pelo volume de etanol coberto por um contrato futuro ( $30m^3$ ), o lucro total da posição de futuros é R\$96,000. O preço do etanol caiu de 760,30 R\$/m $^3$  (em abril de 2010) para 758,50 R\$/m $^3$  (em junho de 2011).

A perda total (em R\$) no valor da mercadoria é:

$$120,000 * (760.30 - 758.50) = 120,000 * 1.80 = 216,000$$

Recebendo apenas 0,80 R\$/m $^3$  no mercado futuro para uma queda de 1,80 R\$/m $^3$  no preço à vista pode parecer insatisfatório. No entanto, não podemos esperar uma compensação total durante uma queda dos preços quando o preço futuro é inferior ao preço à vista.

### 3.4.2 Razão ótima do hedge

Quando um produtor entra numa posição de *hedge*, ele pode proteger a totalidade do volume da sua mercadoria ou somente alguma parcela dela. A razão do *hedge* (o *hedge ratio*) é a quantidade de contratos futuros relativa ao volume da transação à vista. No exemplo precedente, a razão do *hedge* era 1. O produtor vendeu contratos futuros de etanol que cobraram cada metros cúbicos de etanol produzido. Foi mostrado que, por causa do risco de base, não é sempre óptimo de fazer um *hedge* sobre a totalidade da mercadoria, o Hull (2008) mostra que é necessário determinar a razão ótima do *hedge* (*optimal hedge ratio*) no objetivo de minimizar o risco, ou seja, a variância da carteira do produtor.

Definindo:

$\Delta S = S_i - S_{i-1}$  a mudança do preço à vista,  $S$ ,

$\Delta F = F_i - F_{i-1}$  a mudança do preço futuro,  $F$ ,

$\sigma_S$  o desvio padrão de  $\Delta S$ ,

$\sigma_F$  o desvio padrão de  $\Delta F$ ,

$\rho = \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_S \sigma_F}$  o coeficiente de correlação entre  $\Delta S$  e  $\Delta F$ , que é a covariância de  $\Delta S$  e  $\Delta F$

dividido pelo produto dos desvios padrão de  $\Delta S$  e  $\Delta F$ ,

$h$  a razão do *hedge*,

$h^*$  razão ótima do *hedge* que minimiza a variância da carteira.

Se o *hedger* possui a mercadoria e vende os contratos futuros no objetivo de se proteger contra o risco de preço, a valor total da sua carteira é

$$S - hF$$

A mudança no valor da carteira é

$$\Delta S - h\Delta F$$

Alternativamente, se o *hedger* compra os contratos futuros e vende a mercadoria, a valor da sua carteira é

$$hF - S$$

A mudança no valor da carteira é

$$h\Delta F - \Delta S$$

A variância,  $\sigma^2$ , para as duas carteiras acima é

$$\sigma^2 = \sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\sigma_{SF} = \sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\rho\sigma_S\sigma_F \quad (2)$$

Para obter a razão ótima do hedge,  $h^*$ , é necessário derivar a equação (2) da variância da receita com respeito a  $h$  e igualizar o resultado a zero. Pela condição de primeira ordem para minimização obtemos:

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial h} = 2h\sigma_F^2 - 2h\sigma_S\sigma_F = 0$$

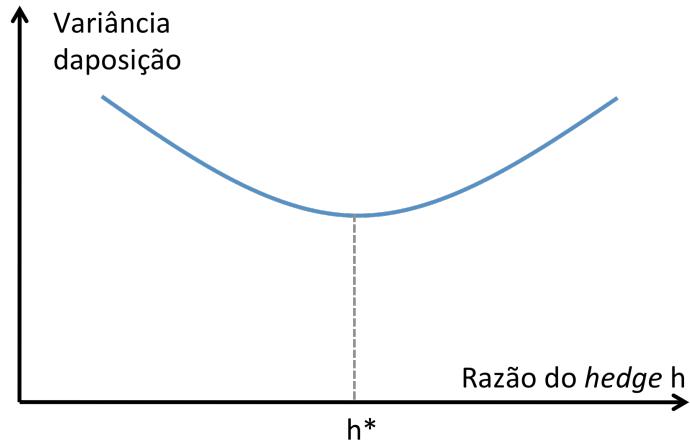
verificando as condições de segunda ordem, obtemos:

$$\frac{\partial^2 \sigma^2}{\partial h^2} = 2\sigma_F^2 > 0$$

Assim  $h^*$  é um mínimo. Resolvendo para  $h$ , obtemos:

$$h^* = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F} = \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} \quad (3)$$

Dessa forma, a razão ótima do *hedge*,  $h^*$ , depende diretamente da covariância,  $\sigma_{SF}$ , entre as variações dos preços futuro e a vista, e depende inversamente da variância do preço futuro. A figura 12 mostra como a variância da posição do *hedger* depende da razão do *hedge*.



**Figura 12 – Variância da carteira do hedger em função da razão do hedge**

(Fonte: HULL, 2008)

Por exemplo, se os preços *spot*,  $S$ , e futuro,  $F$ , são perfeitamente correlacionados, ou seja,  $\rho = 1$ , e  $h^* = 0.5$  isso significa que o desvio padrão da mudança do preço futuro,  $\sigma_F$ , é duas vezes maior do que o desvio padrão da mudança do preço *spot*. Então, para fazer um *hedge* da maneira que minimiza a variância da receita da carteira, o *hedger* deve ter uma posição no mercado futuro igual a um volume duas vezes menor do que o volume da mercadoria a ser protegida. Para cada  $60m^3$  de etanol a ser protegido o produtor deve vender um contrato futuro de etanol (o tamanho do contrato futuro de etanol é de  $30 m^3$ ). Podemos definir a razão ótima do *hedge* como o tamanho da posição no mercado futuro por unidade de posição no mercado à vista tais que a variância da receita da carteira do *hedger* está minimizada.

Se  $S$  e  $F$  são os preços *spot* e futuro respectivamente da mesma mercadoria é provável que a variância do preço *spot*,  $\sigma_S^2$ , e a variância do preço futuro,  $\sigma_F^2$ , são próximos ao mesmo valor e a correlação,  $\rho$ , é próxima à 1. Por isso, a razão ótima do *hedge* é perto de 1. Quando o produtor está protegendo sua mercadoria com contratos futuros de mercadoria diferente, ele usa o método que se chama *proxy hedging* ou

*cross hedging*. Por exemplo, um produtor de etanol pode usar contratos futuro de açúcar ou de gasolina para efetuar o *hedge*. Neste caso  $\sigma_S$  e o  $\sigma_F$  não são próximos ao mesmo valor e o coeficiente de correlação,  $\rho$ , fica inferior à 1. O mais perto  $\rho$  fica à 1, e maior a variância da mercadoria que você se está protegendo, melhor seu *hedge*. Maior é a variância do preço do produto usado para proteger pior fica o *hedge*. É possível que  $h^*$  seja maior de 1.

### 3.4.3 Efetividade do hedge

A partir da definição da razão ótima,  $h^*$ , que minimiza a variância da receita da carteira do *hedger*, é possível definir a efetividade do *hedge*. A efetividade é a proporção da variância da carteira que pode ser eliminada por meio do uso da razão ótima do *hedge*; ela pode ser representada matematicamente pela equação seguinte:

$$e = \frac{Var(p) - Var(h^*)}{Var(p)} = 1 - \frac{Var(h^*)}{Var(p)} \quad (4)$$

Sendo  $e$  a efetividade,  $Var(h^*)$  a variância da receita da carteira com *hedge* à razão ótima,  $Var(p)$  a variância da receita da carteira sem *hedge*.

Podemos afirmar, pela equação (4) da efetividade, que se o *hedge* eliminasse totalmente o risco de preço,  $Var(h^*) = 0$ , a efetividade seria igual à 1. Pelo contrário, se as variâncias da receita das carteiras com *hedge* e sem *hedge* fossem iguais, a efetividade seria igual a zero. Portanto, a efetividade do *hedge* varia de zero a um.

Como  $Var(p)$  depende unicamente do comportamento do preço à vista, a variância da receita de uma carteira sem *hedge* é a própria variância da mudança do preço no mercado físico (preço *spot*).  $Var(h^*)$  pode ser obtida substituindo  $h$  por  $h^*$ , equação(3), na equação (4):

$$Var(h^*) = \sigma_S^2 + (h^*)^2 \sigma_F^2 - 2(h^*) \sigma_{SF}$$

$$Var(h^*) = \sigma_S^2 + \left( \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} \right)^2 \sigma_F^2 - 2 \left( \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} \right) \sigma_{SF}$$

Simplificando, obtemos:

$$Var(h^*) = \sigma_s^2 + \left(\frac{\sigma_{SF}^2}{\sigma_F^2}\right) - 2\left(\frac{\sigma_{SF}^2}{\sigma_F^2}\right)$$

$$Var(h^*) = \sigma_s^2 - \left(\frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F}\right)^2$$

Para ter uma fórmula que contem a correlação,  $\rho$ , multiplica-se e divide-se o último elemento da equação acima por  $\sigma_s^2$ :

$$\begin{aligned} Var(h^*) &= \sigma_s^2 - \left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2}\right) \left(\frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F}\right)^2 \\ Var(h^*) &= \sigma_s^2 - \left(\frac{\sigma_{SF}}{\sigma_s \sigma_F}\right)^2 \\ Var(h^*) &= \sigma_s^2(1 - \rho^2) \end{aligned} \tag{5}$$

Substituindo (4) na equação (3), obtemos:

$$e = 1 - \frac{Var(h^*)}{Var(p)} = 1 - \frac{\sigma_s^2(1 - \rho^2)}{\sigma_s^2} = \rho^2 \tag{6}$$

Desse modo, a equação (6) mostra que a efetividade do *hedge* à razão ótima é o quadrado da correlação,  $\rho^2$ , entre as mudanças dos preços à vista e futuro. Como o quadrado da correlação varia de zero a um, a efetividade de *hedge*,  $e$ , quando se utiliza a razão ótima do *hedge*, também varia de zero a um, como mencionado anteriormente.

A efetividade do *hedge* é igual a 1 quando as mudanças dos preços à vista e futuro são perfeitamente correlacionadas, diminuindo à medida que a correlação entre as mudanças dos preços à vista e futuro diminui. Assim, pode-se concluir que quanto maior a correspondência entre a mercadoria comercializada no mercado à vista e o produto especificado nos contratos futuros utilizados para efetuar um *hedge*, maior será a correlação entre as mudanças dos preços à vista e futuro e, consequentemente, maior tenderá a ser a efetividade do *hedge* à razão ótima (AGUIAR, 1999).

Tem evidência que sugere que a variância dos retornos de ativos financeiros variem no tempo. Se as variações previsíveis dos retornos são racionais, as estratégias

de *hedging* que não tomam em consideração esta previsibilidade podem conduzir às decisões de *hedge* que ficam acima da otimalidade, ou seja  $h > h^*$ .

#### 3.4.4 Modelos de estimação

Acima, nós derivamos a razão ótima do *hedge* da equação da razão que minimiza a variância da carteira. Entretanto, a fim de aplicar na prática a razão ótima do *hedge*, nós precisamos estimar a. Há várias maneiras de estimar a razão de variância mínima na equação (3) usando modelos matemáticos com diferentes graus de complexidade. Nesta subseção nós introduzimos três modelos:

- O modelo dos Mínimos Quadrados Ordinários ou em inglês *Ordinary Least Square* (OLS), usado para a regressão linear simples.
- O modelo de Médias Móveis Exponencialmente Ponderadas ou *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA).
- O modelo Heteroscedasticidade Condicional Autoregressiva Generalizada ou *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH).

Nem sempre os modelos mais complexos fornecem uma estimativa melhor em todos os casos. Por isso, é importante avaliar os modelos matemáticos e estatísticos, através de uma metodologia consistente, para selecionar o que é mais adaptado numa situação dada.

## 4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão abordados os temas que servirão de base para a aplicação dos modelos OLS, EWMA e GARCH no cálculo da razão ótima do hedge.

Em um primeiro momento, será abordado o modelo de regressão linear simples. Em seguida, serão detalhados os passos para a definição dos modelos de previsão de volatilidade e de correlação. Enfim, serão apresentados alguns indicadores que serão utilizados para testar a significância dos parâmetros estimados e a qualidade do modelo de previsão definido.

### 4.1 MODELO OLS

#### 4.1.1 Regressão linear simples

Em estatística, a regressão linear é um método para se estimar o valor esperado de uma variável dependente  $y$ , dados os valores de algumas outras variáveis independentes  $x$ . Para estimar o valor esperado, usa-se de uma equação, que determina a relação entre ambas as variáveis.

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \quad (7)$$

Com  $i = 1, \dots, n$  e onde:

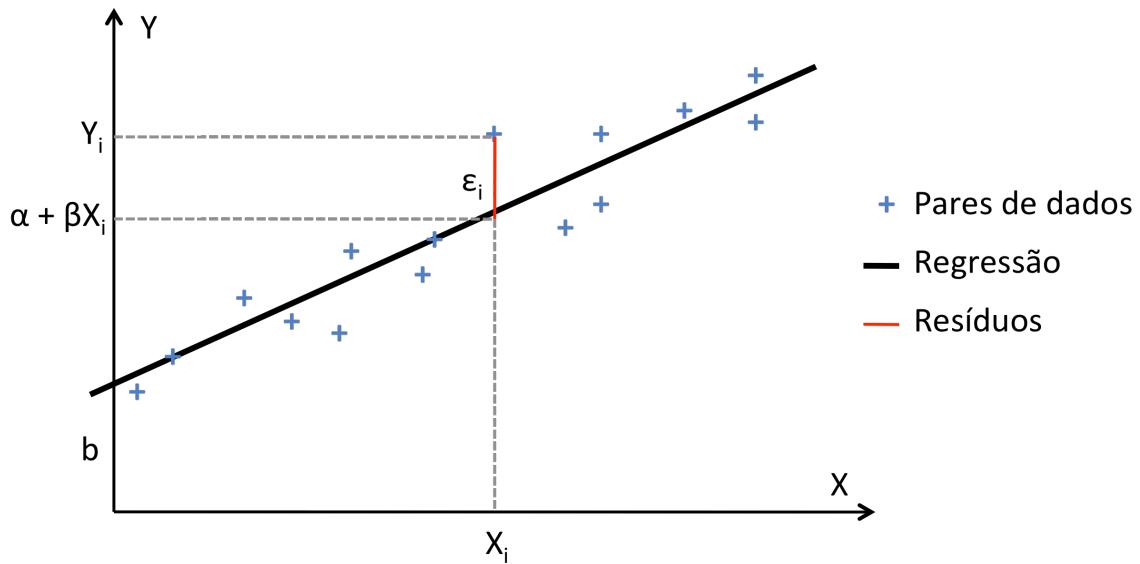
$Y_i$  é a variável explicada (dependente), o valor que se quer atingir;

$\alpha$  é uma constante, que representa a interceptação da reta com o eixo vertical;

$\beta$  é uma constante, que representa a inclinação da reta;

$x_i$  é a variável explicativa (independente) que representa o fator explicativo;

$\varepsilon_i$  é a variável que inclui todos os fatores residuais mais os possíveis erros.



**Figura 13 – Regressão linear simples**

(Fonte: Elaboração pessoal)

Temos uma base de dados formada com  $n$  valores observados dos pares  $Y$  e  $X$ . Cada par pode ser assimilado a um vector, um para cada observação.

O comportamento da variável  $\varepsilon_i$  é aleatório. Para que a equação (7) possa ser aplicada, os erros devem satisfazer as hipóteses seguintes: serem variáveis independentes normais, com a mesma variância (desconhecida), e independentes da variável explicativa,  $X$ . A regressão linear consiste a determinar uma estimativa dos valores  $\alpha$  e  $\beta$  e a quantificar a validade desta relação graças ao coeficiente de correlação linear (figura 13). O método OLS fornece uma estimativa dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .

#### 4.1.2 Mínimos Quadrados Ordinários

Independamente desenvolvida por Carl Friedrich Gauss, em 1809, e por Adrien-Marie Legendre, em 1805, o método dos mínimos quadrados, ou modelo Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) ou OLS (do inglês *Ordinary Least Squares*), é uma técnica de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajustamento para um conjunto de dados minimizando a soma dos quadrados das diferenças verticais, os resíduos  $\varepsilon_i$ , entre os valores estimados pela regressão linear e os dados observados.

Na equação (7), o resíduo  $\varepsilon_i$  representa o erro no ajuste do modelo para a  $n$ -ésima observação  $y_i$ .

Para fazer a estimativa, mudamos a notação das variáveis  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varepsilon$  para  $a$ ,  $b$  e  $e$  respectivamente, porque o valor real destes parâmetros são desconhecidos. Desse modo, estamos estimando a equação seguinte:

$$y_i = a + bx_i + e_i$$

O método dos mínimos quadrados minimiza a soma dos quadrados dos resíduos,  $e$ .

$$e_i = y_i - a - bx_i$$

Seja  $S(a, b)$  a função que soma os resíduos das  $n$  observações:

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 = 0 \quad (8)$$

Os valores de  $a$  e  $b$  que minimizam a função  $S(a, b)$  são obtidos pela derivação da função  $S(a, b)$  em relação a  $a$  e  $b$  e igualizando por 0.

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)x_i = 0 \quad (10)$$

Distribuindo e dividindo a expressão (9) por  $2n$  obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{-2 \sum_{i=1}^n y_i}{2n} + \frac{2 \sum_{i=1}^n a}{2n} + \frac{2 \sum_{i=1}^n bx_i}{2n} &= 0 \\ \frac{-\sum_{i=1}^n y_i}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n a}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n bx_i}{n} &= 0 \\ -y + a + bx &= 0 \\ a &= y - bx \end{aligned} \quad (11)$$

Sendo  $y$  a média amostral de  $y$  e  $x$  a média amostral de  $x$ . Substituindo (11) na expressão (10) e dividindo por  $-2$ , obtemos:

$$\begin{aligned}
-2 \sum_{i=1}^n (y_i - y + bx - bx_i)x_i &= 0 \\
\sum_{i=1}^n x_i(y_i - y) + bx_i(x - x_i) &= 0 \\
\sum_{i=1}^n x_i(y_i - y) + b \sum_{i=1}^n x_i(x - x_i) &= 0 \\
b &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i(y_i - y)}{\sum_{i=1}^n x_i(x_i - x)}
\end{aligned}$$

Na prática, para estimar-se a razão do *hedge*, um método convencional envolve estimar o seguinte modelo de regressão linear que envolve a regressão dos retornos do preço futuro,  $\Delta F$  (variável dependente), em função dos retornos do preço à vista,  $\Delta S$  (variável independente). A equação do preço futuro (1) explicita a dependência das duas variáveis.

$$\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$$

A onde  $t = 1, \dots, n$  e  $\beta$  é estimativa da inclinação, o coeficiente angular da reta de regressão do modelo OLS, que define a razão ótima do *hedge*,  $h^*$ . Isto é intuitivo, porque precisamos de um  $h^*$  que corresponde a razão das mudanças em  $\Delta S$  em relação a  $\Delta F$ .

Segundo Hull (2008), a efetividade do *hedge* feito com o modelo OLS pode ser medida como a proporção da variância que é eliminada pelo *hedge*. A efetividade é o  $R^2$  da regressão dos  $\Delta S$  em relação aos  $\Delta F$  e é igual à  $\rho^2$ , ou, à partir da equação 3, à

$$h^{*2} \frac{\sigma_F^2}{\sigma_S^2}$$

A aproximação convencional do modelo OLS supõe que a volatilidade e a correlação são constantes ao longo do tempo. Contudo, é conhecido na literatura financeira que os retornos de ativos tipicamente exibem heterocedasticidade, ou seja, variação no tempo. Assim, no objetivo de aumentar a precisão do resultado da estimativa, é importante tomar em consideração a variação no tempo da volatilidade.

Os modelos EWMA e GARCH são particularmente úteis nesta finalidade e foram aplicados extensivamente na literatura dos mercados futuros.

## 4.2 MODELO EWMA

### 4.2.1 Ponderação das observações

Definindo  $\sigma_n$  a volatilidadediária de um preço de um *commodity* no dia  $n$ , estimada ao fim do dia  $n - 1$ . O quadrado da volatilidade,  $\sigma_n^2$ , no dia  $n$  é a variância. Supondo que o valor do preço ao fim do dia  $i$  é  $S_i$ . A variável  $r_i$  é definida como o retorno geométrico durante o dia  $i$  (entre o fim do dia  $i - 1$  e o fim do dia  $i$ ):

$$r_i = \ln \left( \frac{S_i}{S_{i-1}} \right) \quad (12)$$

Uma estimativa não enviesada da variância por diária,  $\sigma_n^2$ , usando as  $m$  observações mais recentes de  $r_i$  é

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (r_{n-i} - r)^2 \quad (13)$$

Onde  $r$  é a média dos  $r_i$ :

$$r = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_{n-i}$$

Segundo Hull (2008), no objetivo de monitorar a volatilidade diária, a formula na equação (12) é geralmente alterada:

- $r$  é considerado igual à zero (esta suposição tem pouca efeito na estimativa da variância porque a mudança esperada do preço em um dia é pequena em comparação ao desvio padrão das mudanças de preço).
- $m - 1$  é substituído por  $m$  (isso resulta em uma estimativa de máxima verossimilhança, ou *maximum likelihood estimate*, em vez de uma estimativa não enviesada).

Estas duas modificações fazem poucas diferenças na estimativa calculada, mas isso permite de simplificar a formula da variância diária:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_{n-i}^2 \quad (14)$$

Onde  $r_i$  é dado pela equação (12).

A estimativa da volatilidade pelo modelo da equação (14) equivale ao modelo *Equal Weighted Moving Average* (EQMA), ou Médias Móveis Igualmente Ponderadas, que consiste em escolher um período de tempo fixo (neste caso  $m$  dias) e calcular o desvio padrão da série de retorno de um ativo. Quando um novo dado é inserido, o dado mais antigo é eliminado, mantendo fixo o número de observações históricas. É importante anotar que o modelo EQMA dá um peso igual a cada mudança percentual quadrada da série de dados  $r_{n-1}^2, r_{n-2}^2, \dots, r_{n-m}^2$ , e assim considera valores passados e presente da amostra como tendo a mesma importância para estimar a volatilidade.

Este último fato ignora que os dados mais recente influenciam mais significamente os valores futuros do que os dados mais antigos. Principalmente em períodos de transição econômica de estabilidade para instabilidade (de instabilidade para estabilidade) quando a volatilidade da própria volatilidade tende em aumentar (diminuir), o modelo EQMA calcula a uma estimativa da volatilidade subestimada (superestimada).

Para contornar este problema, uma alternativa seria de reduzir o tamanho da amostra para incorporar somente os dados mais relevantes para o cálculo da estimativa da volatilidade. Contudo, esta solução tende usar somente os dados mais recente, até usar o último dado (ou seja o dado presente), em detrimento da estatística. Uma outra alternativa seria de ponderar não igualmente cada dado da amostra para refletir a importância maior dos dados mais relevantes, assim mantendo o tamanho da amostra constante.

Nosso objetivo é de estimar o nível atual da volatilidade  $\sigma_n$ . Por isso, faz sentido colocar mais peso nos dados recentes. O modelo seguinte segue esta ideia:

$$\alpha_n^2 = \sum_{i=1}^m \alpha_i r_{n-i}^2 \quad (15)$$

A variável  $\alpha_i$  é a quantidade de peso dada para a observação  $i$  dias atrás. Os  $\alpha$  são positivos. Se eles são organizados de maneira que  $\alpha_i < \alpha_j$  quando  $i > j$ , menos peso é dado para as observações mais antigas. A soma dos pesos é igual à 1:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1$$

Uma extensão da ideia da equação (15) é de assumir que existe uma variância média de longo prazo que deve ter considerada por atribuição de peso. Isso dá o modelo seguinte:

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \sum_{i=1}^m \alpha_i r_{n-1}^2 \quad (16)$$

Onde  $V_L$  é a variância média de longo prazo e  $\gamma$  é o peso dado para  $V_L$ . Como os pesos devem somar para 1, obtemos:

$$\gamma + \sum_{i=1}^m \alpha_i = 1$$

Este modelo é conhecido como o modelo ARCH( $m$ ), *AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*, ou, em português, Heteroscedasticidade Condicional Autoregressiva Generalizada, proposto por Engle (1982). Este modelo considera que a variância, a volatilidade, é heterocedástica, ou seja, não é constante ao longo do tempo. A estimativa da variância é baseada sobre a variância média de longo prazo e  $m$  observações. Menos peso é dado às observações antigas. Definindo  $\omega = \gamma V_L$ , o modelo na equação (16) pode ser escrito

$$\sigma_n^2 = \omega + \sum_{i=1}^m \alpha_i r_{n-1}^2 \quad (17)$$

Nas próximas duas secções presentamos duas maneiras importantes de monitorar a volatilidade usando as ideias das equações (15) e (16).

#### 4.2.2 Médias Móveis Exponencialmente Ponderadas

O modelo *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), ou Médias Móveis Exponencialmente Ponderadas, é uma evolução do modelo EQMA da equação (14) e um caso particular do modelo da equação (15) onde os pesos, atribuídos as observações da mais recente até a mais antiga, diminuem de maneira exponencial. Especificamente,  $\alpha_{i+1} = \lambda\alpha_i$ , onde  $\lambda$  é o fator de decaimento, uma constante entre 0 e 1.

Esta maneira de ponderar os dados conduz a uma fórmula particularmente simples para atualizar as estimativas da volatilidade:

$$\sigma_n^2 = \lambda\alpha_{n-1}^2 + (1 - \lambda)r_{n-1}^2 \quad (18)$$

A estimativa,  $\sigma_n$ , da volatilidade do preço no dia  $n$  (estimada ao fim do dia  $n - 1$ ) é calculado a partir de  $\sigma_{n-1}$  (a estimativa da volatilidade que foi feita ao fim do dia  $n - 2$  para o dia  $n - 1$ ) e  $r_{n-1}$  (a mudança percentual do preço mais recente).

Para entender por que a equação (18) corresponde em pesos que diminuem exponencialmente, podemos substituir  $\alpha_{n-1}^2$  para obter o seguinte:

$$\begin{aligned}\sigma_n^2 &= \lambda[\lambda\alpha_{n-2}^2 + (1 - \lambda)r_{n-2}^2] + (1 - \lambda)r_{n-1}^2 \\ \sigma_n^2 &= (1 - \lambda)(r_{n-1}^2 + \lambda r_{n-2}^2) + \lambda^2\sigma_{n-2}^2\end{aligned}$$

Substituindo de maneira similar obtemos:

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda)(r_{n-1}^2 + \lambda r_{n-2}^2 + \lambda^2 r_{n-3}^2) + \lambda^3\sigma_{n-3}^2$$

Continuando do mesmo jeito chegamos à formula seguinte:

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^m \lambda^{i-1} r_{n-i}^2 + \lambda^m \sigma_{n-m}^2$$

Para um  $m$  grande, o termo  $\lambda^m \sigma_{n-m}^2$  é suficientemente pequeno para ser ignorado, assim a equação (18) fica igual a equação (15) com  $\alpha_i = (1 - \lambda)\lambda^{i-1}$ . Os

pesos para as observações  $r_i$  diminuem à taxa  $\lambda$  quando olhar para os dados da mais recente até a mais antiga. Cada peso é  $\lambda$  vezes o peso precedente (HULL, 2008).

Por exemplo, supondo que o fator de decaimento  $\lambda$  é igual a 0.90, a volatilidade estimada do preço para o dia  $n - 1$  é 1% por dia, e durante o dia  $n - 1$  o preço subiu 2%. Isso significa que  $\sigma_{n-1}^2 = 0.01^2 = 0.0001$  e  $r_{n-1}^2 = 0.02^2 = 0.0004$ . Com a equação (18) calculamos:

$$\sigma_n^2 = 0.9 \times 0.0001 + 0.1 \times 0.0004 = 0.00013$$

A estimativa da volatilidade,  $\sigma_n$ , para o dia  $n$  é  $\sqrt{0.00013}$ , ou 1.14%, por dia. O valor esperado de  $r_{n-1}^2$  é  $\sigma_{n-1}^2$ , ou 0.0001. Neste exemplo, o valor realizado de  $r_{n-1}^2$  é maior ao valor esperado, e em consequência nossa estimativa da volatilidade aumenta. Se o valor realizado de  $r_{n-1}^2$  teria sido menor ao valor esperado, nossa estimativa da volatilidade teria diminuído.

A estimativa da volatilidade pelo modelo EWMA é atrativo porque necessita poucos dados. Em qualquer momento, somente a estimativa atual da variância diária e a ultima observação do valor do preço precisam ser lembradas. Quando uma nova observação do preço é obtida, uma nova mudança percentual é calculada e a equação (18) é usada para atualizar a estimativa da variância diária. A estimativa antiga da variância e o preço antigo podem ser esquecidos (HULL, 2008).

O modelo EWMA foi criado para captar mudanças na volatilidade. Supondo que tem um movimento grande do preço no dia  $n - 1$ , deixando  $r_{n-1}^2$  igual a um valor também grande. De acordo com a equação (18) isso tem por consequência de aumentar o valor da estimativa da volatilidade atual. Uma característica importante do modelo EWMA é a possibilidade de modificar a “memória” da volatilidade estimada. O fator de decaimento  $\lambda$ , que determina a alocação de peso para cada observação, determina a sensitividade da estimativa da volatilidade diária à mudança percentual mais recente do preço. Um valor pequeno dado para  $\lambda$  conduz à um peso grande atribuído para  $r_{n-1}^2$  quando  $\sigma_n$  é calculado. Neste caso, as estimativas da volatilidade

calculadas diariamente têm uma grande volatilidade. Um valor grande dado para  $\lambda$  (perto de 1) conduz às estimativas da volatilidade diária que não têm uma sensitividade à mudança percentual recente do preço (HULL, 2008).

O fator de decaimento,  $\lambda$ , é estimado para cada mercado e é reavaliado de forma a garantir as condições atuais do mercado. A proposta do banco de dados *RiskMetrics*, criado pelo banco *J.P.Morgan & Co.* e autorizado pelo acesso público em 1994, é de usar o modelo EWMA com  $\lambda = 0.94$  (para retornos de preço diários)  $\lambda = 0.97$  (para retornos de preço mensais) para atualizar as estimativas de volatilidade. A empresa descobriu que, olhando para várias variáveis de mercado, estes valores de  $\lambda$  resulta em previsões da variância que são mais similar do valor da variância realizada. No entanto, o fator de decaimento deve ser reavaliado periodicamente (diariamente) especialmente em mercado voláteis como o mercado de *commodities*.

#### 4.3 MODELO GARCH

O modelo GARCH(1,1), *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*, ou, em português, Heteroscedasticidade Condicional Autoregressiva Generalizada, é uma extensão importante ao modelo ARCH(m) proposta por Bollersev em 1986. A diferença entre o modelo GARCH(1,1) e o modelo EWMA é similar à diferença entre a equação (15) e a equação (16). No modelo GARCH(1,1), a estimativa da variância,  $\sigma_n^2$ , é calculada a partir de uma variância média de longo prazo,  $V_L$ , mas também com  $\sigma_{n-1}^2$  e  $r_{n-1}$  (HULL, 2008). A equação do modelo GARCH(1,1) é

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha r_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \quad (19)$$

Onde  $\gamma$  é o peso dado para  $V_L$ ,  $\alpha$  é o peso dado para  $r_{n-1}^2$ , e  $\beta$  é o peso dado para  $\sigma_{n-1}^2$ . A soma dos pesos é igual à 1:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1$$

O modelo EWMA é um caso particular do modelo GARCH(1,1) onde  $\gamma = 0$ ,  $\alpha = 1 - \lambda$ , e  $\beta = \lambda$ .

O “(1,1)” no GARCH(1,1) indica que  $\sigma_n^2$  é baseado sobre a observação de  $r^2$  mais recente e a estimativa da variância mais recente. O modelo geral GARCH( $p,q$ ) calcula

$\sigma_n^2$  a partir das  $p$  ultimas observações de  $r^2$  e as  $q$  ultimas estimativas da variância. GARCH(1,1) é o modelo mais usado dos modelos GARCH.

Se consideramos  $\omega = \gamma V_L$ , o modelo GARCH(1,1) pode ser escrito da maneira seguinte

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha r_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \quad (20)$$

A equação (20) é a forma do modelo usada para estimar os parâmetros. Quando  $\omega$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$  são estimados, podemos calcular  $\gamma$  que é igual à  $1 - \alpha - \beta$ . A variância média de longo prazo,  $V_L$ , pode ser calculada como  $\omega / \gamma$ . Para que o modelo GARCH(1,1) seja um processo estável, o modelo exige que  $\alpha + \beta < 1$ . Se não o peso aplicado à variância média de longo prazo é negativo (HULL, 2008).

Por exemplo, supondo que o modelo GARCH(1,1) é estimado com dados diários como

$$\sigma_n^2 = 0.000002 + 0.13r_{n-1}^2 + 0.86\sigma_{n-1}^2$$

Isso corresponde em  $\omega = 0.000002$ ,  $\alpha = 0.13$ ,  $\beta = 0.86$ . Como  $\gamma = 1 - \alpha - \beta$  obtemos  $\gamma = 0.01$ . E como  $\omega = \gamma V_L$ , obtemos  $V_L = 0.0002$ . Assim, a variância média de longo prazo implicada pelo modelo é 0.0002. Isso corresponde à uma volatilidade de  $\sqrt{0.0002} = 0.014$ , ou 1.4%, por dia.

Supondo que a estimativa da volatilidade no dia  $n - 1$  é 1.6% por dia, assim  $\sigma_{n-1}^2 = 0.016^2 = 0.000256$ , e no dia  $n - 1$  o preço caiu de 1%, assim  $r_{n-1}^2 = 0.01^2 = 0.0001$ . Obtemos

$$\sigma_n^2 = 0.000002 + 0.13 \times 0.0001 + 0.86 \times 0.000256 = 0.00023516$$

A nova estimativa da volatilidade é  $\sqrt{0.00023516} = 0.0153$ , ou 1.53%, por dia.

Substituindo  $\sigma_{n-1}^2$  na equação (20) obtemos

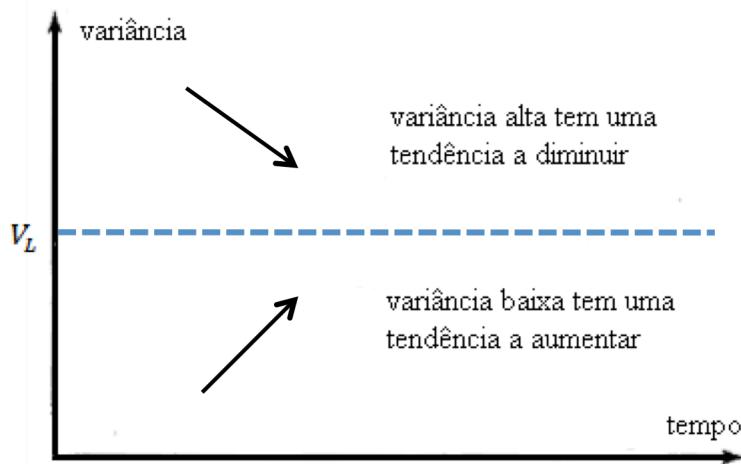
$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= \omega + \alpha r_{n-1}^2 + \beta(\omega + \alpha r_{n-2}^2 + \beta \sigma_{n-2}^2) \\ \sigma_n^2 &= \omega + \beta\omega + \alpha r_{n-1}^2 + \alpha\beta r_{n-2}^2 + \beta^2 \sigma_{n-2}^2 \end{aligned}$$

Substituindo  $\sigma_{n-2}^2$  obtemos

$$\sigma_n^2 = \omega + \beta\omega + \beta^2\omega + \alpha r_{n-1}^2 + \alpha\beta r_{n-2}^2 + \alpha\beta^2 r_{n-3}^2 + \beta^3 \sigma_{n-3}^2$$

Continuando da mesma maneira, podemos ver que o peso aplicado à  $r_{n-i}^2$  é  $\alpha\beta^{i-1}$ . Os pesos diminuem exponencialmente à uma taxa  $\beta$ . O parâmetro  $\beta$  pode ser interpretado como uma taxa de decaimento similar ao  $\lambda$  do modelo EWMA. Determina a importância relativa das observações dos  $r$  no cálculo da variância atual. Por exemplo, se  $\beta = 0.9$ ,  $r_{n-2}^2$  tem somente 90% da importância de  $r_{n-1}^2$ ,  $r_{n-3}^2$  tem 81% da importância de  $r_{n-1}^2$ , etc. O modelo GARCH(1,1) é similar ao modelo EWMA na exceção que, além de atribuir pesos que diminuem exponencialmente aos  $r^2$ , atribui também peso à variância média de longo prazo (HULL, 2008).

O modelo GARCH(1,1) reconhece que ao longo do tempo a variância tende a ser puxada à uma média de longo prazo  $V_L$ . Quando  $\sigma_n^2$  é alta a reversão à média tende em causar uma “tração” negativa; quando  $\sigma_n^2$  é baixa a reversão à média tende em causar uma “tração” positiva. A reversão à média é ilustrada no figura 14.



**Figura 14 – Ilustração da reversão à média da variância**

Fonte: Hull, 2008

Na prática, a variância tende à ser com reversão à média, o que o modelo GARCH(1,1) incorpore. O modelo EWMA falta esta sofisticação e por isso o modelo GARCH(1,1) parece mais atraente. Quando  $\omega = 0$ , o modelo GARCH(1,1) é reduzido ao modelo EWMA. Em circunstâncias onde  $\omega$  fica negativo, o modelo GARCH(1,1) não é estável, e é preferível usar o modelo EWMA (HULL, 2008). Na parte seguinte, discutimos como estimar os parâmetros  $\omega$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$ .

#### 4.3.1 Estimativa de máxima verossimilhança

Em estatística, a estimativa por máxima verossimilhança, ou em inglês *maximum likelihood estimation* (MLE), é um método para estimar os parâmetros de um modelo estatístico. Assim, a partir de um conjunto de dados e dado um modelo estatístico, a estimativa por máxima verossimilhança estima valores para os diferentes parâmetros do modelo (HULL, 2008).

De maneira geral, o método de máxima verossimilhança estima os valores dos diferentes parâmetros do modelo estatístico de maneira a maximizar a probabilidade dos dados observados (isto é, busca parâmetros que maximizem a função de verossimilhança). O método de máxima verossimilhança apresenta-se como um método geral para estimação de parâmetros, principalmente no caso de distribuições normais.

Por exemplo, usamos o método por máxima verossimilhança para estimar a variância de uma variável  $X$  (a partir de  $m$  observações de  $X$ ) que segue uma distribuição normal com média igual à 0. Supondo que as observações são  $r_1, r_2, \dots, r_m$  e a variância  $\nu$ , a verossimilhança de  $r_i$  observado é definida pela função de densidade de probabilidade de  $X$  quando  $X = r_i$ . Ou seja:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\nu}} \exp\left(-\frac{r_i^2}{2\nu}\right)$$

A verossimilhança das  $m$  observações ocorrendo na ordem nas quais elas são observadas é

$$\prod_{i=1}^m \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\nu}} \exp\left(-\frac{r_i^2}{2\nu}\right) \right] \quad (21)$$

A melhor estimativa de  $\nu$  é o valor que maximiza a expressão (21). Maximizar uma expressão é equivalente à maximizar o logaritmo da expressão. O logaritmo da equação (21) é

$$\sum_{i=1}^m \left[ -\ln(\nu) - \frac{r_i^2}{\nu} \right] \quad (22)$$

ou

$$-m\ln(\nu) - \sum_{i=1}^m \left[ \frac{r_i^2}{\nu} \right]$$

Diferenciando essa expressão em função de  $\nu$  e igualizando a expressão à 0, obtemos o estimador de máxima verossimilhança de  $\nu$ :

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_i^2$$

Isso confirma a segunda modificação feita na pagina 70(HULL, 2008).

#### 4.3.2 Estimação dos parâmetros GARCH(1,1)

Consideramos agora como o método de máxima verossimilhança pode ser usada para estimar os parâmetros do modelo GARCH(1,1). Definindo  $\nu_i = \sigma_i^2$  a variância estimada para o dia  $i$ . Assumimos que a distribuição de probabilidade de  $r_i$  condicional sobre a variância é normal. Uma analise similar à precedente resulta que os melhores parâmetros são os que maximizam

$$\prod_{i=1}^m \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\nu_i}} \exp\left(-\frac{r_i^2}{2\nu_i}\right) \right]$$

ou, usando o logaritmo, é equivalente à que maximizar

$$\sum_{i=1}^m \left[ -\ln(\nu_i) - \frac{r_i^2}{\nu_i} \right] \quad (23)$$

A equação (23) é equivalente à equação (22) com a diferença que  $\nu$  é trocado por  $\nu_i$ . É necessário procurar iterativamente para obter os parâmetros no modelo que maximizam a expressão na equação (23).

A planilha na tabela 6 mostra como os cálculos podem ser organizados para o modelo GARCH(1,1). A tabela analisa dados sobre o indicador diário do preço(em R\$/m<sup>3</sup>) de etanol hidratado da ESALQ/BM&FBovespa do posto Paulínia (SP) entre o dia 17 de janeiro de 2010 e o dia 4 de dezembro de 2011. Os números na tabela são baseados sobre as estimativas experimentais dos três parâmetros  $\omega$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$  do modelo GARCH(1,1). A primeira coluna mostra as datas. A segunda cluna conta os dias. A terceira coluna mostra os preços,  $S_i$ , ao fim do dia  $i$ . A quarta coluna mostra os retornos geométricos,  $r_i = \ln(S_i / S_{i-1})$ , entre o fim do dia  $i - 1$  e o fim do dia  $i$ . A quinta coluna mostra a estimativa da variância diária,  $\nu_i = \sigma_i^2$ , calculada ao fim do dia  $i - 1$  para o dia  $i$ . No dia 3, a variância é igual à  $r_2^2$ . Os dias seguintes, usamos a equação (20). A sexta coluna mostra a medida de verossimilhança,  $-\ln(\nu_i) - r_i^2 / \nu_i$ . Os dados nas sexta e quinta colunas são baseados as estimativas experimentais atuais de  $\omega$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$ . Procuramos os valores de  $\omega$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$  que maximizam a soma dos números na sexta coluna. Isso envolve um processo iterativo (HULL, 2008).

Data	Dia $i$	$S_i$	$r_i$	$\nu_i = \sigma_i^2$	$-\ln(\nu_i) - r_i^2 / \nu_i$
2/17/2010	1	1136.50			
2/18/2010	2	1133.50	-0.26%		
2/19/2010	3	1139.00	0.48%	0.00000699	8.52
2/22/2010	4	1111.50	-2.44%	0.00003187	(8.39)
2/23/2010	5	1090.00	-1.95%	0.00041692	6.87
2/24/2010	6	1036.00	-5.08%	0.00040780	1.47
:	:	:	:	:	:
11/1/2011	427	1314.50	0.27%	0.00002323	10.04
11/3/2011	428	1314.50	0.00%	0.00002675	10.19
11/4/2011	429	1313.50	-0.08%	0.00002330	10.22
					3,533.51

*Estimativas dos parâmetros:*  $\omega = 0.00002558$ ,  $\alpha = 0.43286238$ ,  $\beta = 0.26913762$

**Tabela 6 – Estimação dos parâmetros do modelo GARCH(1,1)**

(Fonte: ESALQ/BM&FBovespa, HULL, 2008)

Nosso exemplo, os valores ótimos dos parâmetros são

$$\omega = 0.00002558, \alpha = 0.43286238, \beta = 0.26913762$$

e o valor máximo da função na equação (22) é 3533.51. Os números mostrados na tabela 6 foram calculados na ultima iteração da busca dos valores ótimos de  $\omega$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$ .

Nosso exemplo a variância média de longo prazo,  $V_L$ , é

$$\frac{\omega}{1 - \alpha - \beta} = \frac{0.00002558}{0.0298} = 0.00008583$$

A volatilidade de longo prazo é  $\sqrt{0.00008583}$ , ou 0.93%, por dia.

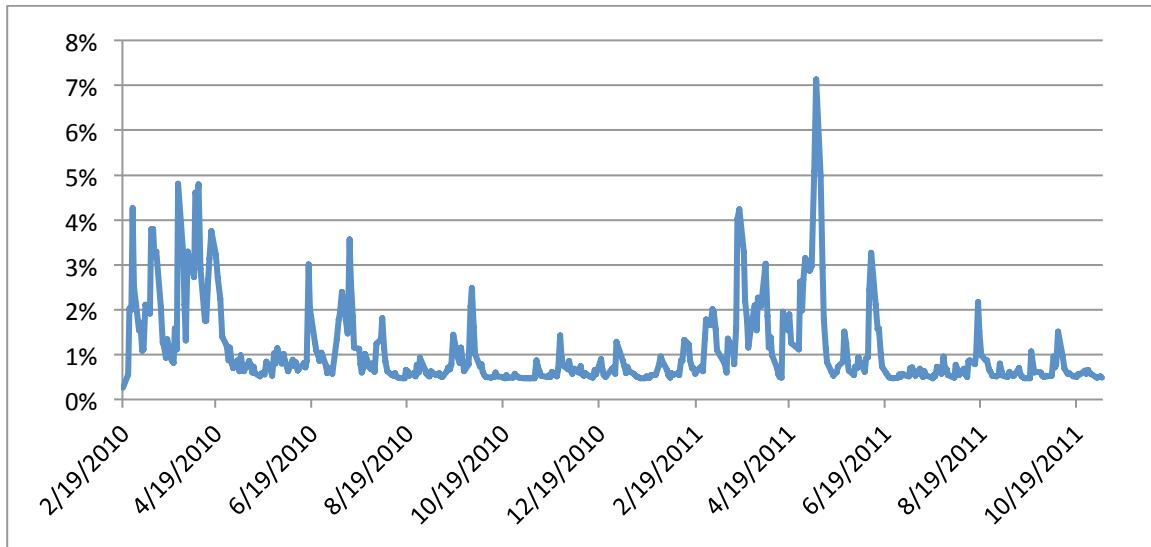
A figura 15 mostra as estimativas de volatilidade diária do preço de etanol hidratado calculadas pelo modelo GARCH(1,1) sobre um período de 429 dias. Na maioria das vezes, a volatilidade fica entre 0.5% e 1% por dia, mas podemos ver que também tem períodos de volatilidade alta, maior de 1%, como em fevereiro e março de 2010.

Uma alternativa de aproximação mais robusta para estimar os parâmetros do modelo GARCH(1,1) envolve igualar a variância média de longo prazo,  $V_L$ , com a variância calculada a partir dos dados. Assim o valor de  $\omega$  é igual a  $V_L(1 - \alpha - \beta)$  e somente dois parâmetros precisam ser calculados (HULL, 2008). A variância calculada a partir dos dados da tabela 6 é 0.00018705, dando uma volatilidade diária de 1.37%. Igualizando  $V_L$  com a variância dos dados, os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  que maximizam a função objetivo na equação (22) são 0.56637258 e 0.35434963, respectivamente. O valor da função é 3564.71, o que é maior que o valor obtido pelo aproximação precedente.

Quando o modelo EWMA é usado, o procedimento de aproximação é relativamente simples. Precisamos ajustar os parâmetros da maneira seguinte:

$$\omega = 0, \alpha = 1 - \lambda, \beta = \lambda.$$

Assim precisamos estimar somente um parâmetro. Nos dados da tabela 6, o valor de  $\lambda$  que maximiza a função objetivo na equação (22) é 0.8191 e o valor da função é 3442.34.



**Figura 15 – Volatilidade diária do preço (R\$/m<sup>3</sup>) de etanol hidratado**  
(Fonte: ESALQ/BM&Fbovespa)

Os modelos GARCH e EWMA podem ser executados usando o Solver no Microsoft Excel para procurar os valores dos parâmetros que maximizam a função de máxima verossimilhança.

#### 4.3.3 Previsão da volatilidade futura

A variância diária, ao fim do dia  $n - 1$  para o dia  $n$ , estimada pelo modelo GARCH(1,1) é

$$\begin{aligned}\sigma_n^2 &= V_L(1 - \alpha - \beta) + \alpha r_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \\ \sigma_n^2 - V_L &= \alpha(r_{n-1}^2 - V_L) + \beta(\sigma_{n-1}^2 - V_L)\end{aligned}$$

No dia  $n + t$  no futuro, temos

$$\sigma_{n+t}^2 - V_L = \alpha(r_{n+t-1}^2 - V_L) + \beta(\sigma_{n+t-1}^2 - V_L)$$

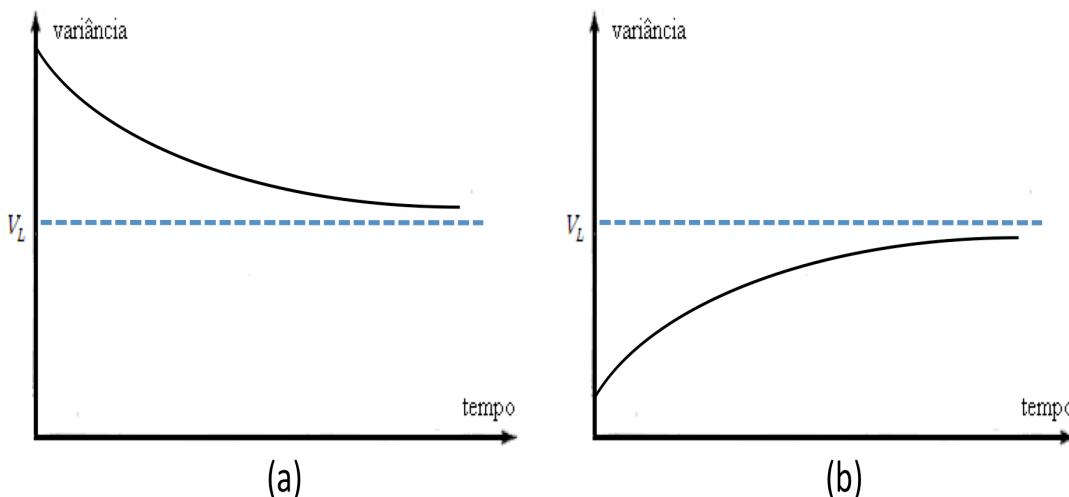
O valor esperado de  $r_{n+t-1}^2$  é  $\sigma_{n+t-1}^2$ , então

$$E[\sigma_{n+t}^2 - V_L] = \alpha + \beta E[\sigma_{n+t-1}^2 - V_L]$$

onde  $E$  denota o valor esperado. Usando esta equação repetidamente, chegamos à

$$\begin{aligned} E(\sigma_{n+t}^2 - V_L) &= \alpha + \beta^t (\sigma_{n+t-1}^2 - V_L) \\ E(\sigma_{n+t}^2) &= V_L + \alpha + \beta^t (\sigma_{n+t-1}^2 - V_L) \end{aligned} \quad (24)$$

A equação (24) prevê a volatilidade no dia  $n + t$  usando a informação disponível ao fim do dia  $n - 1$ . No modelo EWMA,  $\alpha + \beta = 1$  e a equação (24) mostra que a variância futura esperada é igual à variância atual. Quando  $\alpha + \beta < 1$ , o último termo na equação fica progressivamente menor enquanto  $t$  aumenta. A figura 16 mostra o caminho esperado seguido pela variância em situações onde a variância atual é acima de  $V_L$  (a), e quando a variância atual é abaixo de  $V_L$  (b). Como mencionado antes, a variância exibe um comportamento de reversão à média com um nível de reversão igual à  $V_L$  e uma taxa de reversão igual à  $1 - \alpha - \beta$ . Nossa previsão da variância futura tende para  $V_L$  enquanto olhamos mais longe no futuro. Isso enfatiza o ponto que precisamos ter  $\alpha + \beta < 1$  para ter um processo GARCH(1,1) estável (HULL, 2008).



**Figura 16 – Caminho esperado da variância**

(Fonte: HULL, 2008)

Quando  $\alpha + \beta > 1$ , o peso dado para a variância média de longo prazo é negativo e o processo “fugindo” da média em vez de “reverter” à média.

No exemplo precedente do preço de etanol hidratado,  $\alpha + \beta = 0.702$  e  $V_L = 0.00008583$ . Supondo que a estimativa da variância diária atual é 0.00027 (o que corresponde à uma volatilidade de 1.64% por dia). Em 10 dias a variância esperada é

$$0.00008583 + 0.702^{10} \cdot 0.00027 - 0.00008583 = 0.00009118$$

A volatilidade diária esperada é 0.95%, ainda ligeiramente acima da volatilidade de longo prazo de 0.93% por dia. Contudo, a variância esperada em 100 dias é

$$0.00008583 + 0.702^{100} \cdot 0.00027 - 0.00008583 = 0.00008583$$

e a volatilidade diária esperada é 0.93%, igual à volatilidade de longo prazo.

#### 4.3.4 Previsão da correlação

Até agora, falamos somente de estimativa da volatilidade. Como explicado na parte 3.2.4 razão ótima do hedge, a correlação também tem um papel importante no cálculo da razão ótima do hedge. Nesta secção, mostramos como estimativas da correlação podem ser atualizadas de uma maneira similar às estimativas de volatilidade.

A correlação entre duas variáveis  $X$  e  $Y$  pode ser definida como

$$\rho = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Onde  $\sigma_X$  e  $\sigma_Y$  são os desvios padrão de  $X$  e  $Y$ , e  $\sigma_{XY}$  é a covariância entre  $X$  e  $Y$ . Definindo  $r_{X,i}$  e  $r_{Y,i}$  os retornos geométricos de  $X$  e  $Y$  entre o fim do dia  $i - 1$  e o fim do dia  $i$ :

$$r_{X,i} = \ln\left(\frac{X_i}{X_{i-1}}\right) \quad r_{Y,i} = \ln\left(\frac{Y_i}{Y_{i-1}}\right)$$

Onde  $X_i$  e  $Y_i$  são os valores de  $X$  e  $Y$  ao fim do dia  $i$ . Definimos também  $\sigma_{X,n}$  a volatilidade diária da variável  $X$ , estimada para o dia  $n$ .  $\sigma_{Y,n}$  a volatilidade diária da variável  $Y$ , estimada para o dia  $n$ .  $\text{cov}_n$  a estimativa da covariância entre as mudanças diárias de  $X$  e  $Y$ , calculada no dia  $n$ .

A estimativa da correlação entre  $X$  e  $Y$  no dia  $n$  é

$$\frac{cov_n}{\sigma_{X,n}\sigma_{Y,n}}$$

Ponderando igualmente cada observação e assumindo que as médias dos  $r_{X,i}$  e  $r_{Y,i}$  são iguais à zero, a equação (14) mostra que as variâncias de  $X$  e  $Y$  podem ser estimadas a partir das *multimas* observações como

$$\sigma_{X,n}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_{X,n-1}^2 \quad \sigma_{Y,n}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_{Y,n-1}^2$$

Uma estimativa similar da covariância entre  $X$  e  $Y$  é

$$cov_n = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_{X,n-1} r_{Y,n-1} \quad (25)$$

Segundo Hull (2008), uma alternativa para atualizar as covariâncias é um modelo EWMA similar à equação (18) a partir da qual obtemos a formula para atualizar a estimativa da covariância:

$$cov_n = \lambda cov_{n-1} + (1 - \lambda) r_{X,n-1} r_{Y,n-1}$$

Uma análise similar àquela apresentada para o modelo de volatilidade EWMA mostra que os pesos atribuídos as observações de  $r_{X,i} r_{Y,i}$  diminuem quando olhar a observação da mais recente até a mais antiga. Quando mais baixo o valor de  $\lambda$ , mais peso é atribuído para as observações recentes.

Por exemplo, supondo que  $\lambda = 0.95$  e que a estimativa da correlação entre as duas variáveis  $X$  e  $Y$  no dia  $n - 1$  é 0.6. Supondo também que as estimativas das volatilidades de  $X$  e  $Y$  no dia  $n - 1$  são 1% e 2%, respectivamente. A partir da relação entre a correlação e a covariância, a estimativa da covariância entre  $X$  e  $Y$  no dia  $n - 1$  é

$$0.6 \times 0.01 \times 0.02 = 0.00012$$

Supondo que as mudanças percentuais de  $X$  e  $Y$  no dia  $n-1$  são 0.5% e 2.5%, respectivamente. A variância e a covariância para o dia  $n$  são atualizadas da maneira seguinte:

$$\sigma_{x,n}^2 = 0.95 \times 0.01^2 + 0.05 \times 0.005^2 = 0.00009625$$

$$\sigma_{y,n}^2 = 0.95 \times 0.02^2 + 0.05 \times 0.025^2 = 0.00041125$$

$$cov_n = 0.95 \times 0.00012 + 0.05 \times 0.005 \times 0.025 = 0.00012025$$

A nova volatilidade para  $X$  é  $\sqrt{0.00009625} = 0.981\%$  e a nova volatilidade para  $Y$  é  $\sqrt{0.00041125} = 2.028\%$ . O novo coeficiente de correlação entre  $X$  e  $Y$  é

$$\frac{0.00012025}{0.00981 \times 0.02028} = 0.6044$$

O modelo GARCH também pode ser usado para atualizar estimativas da covariância e prever o nível futuro de covariâncias. Por exemplo, o modelo GARCH(1,1) para atualizar a covariância é

$$cov_n = \omega + \alpha r_{X,n-1} r_{Y,n-1} + \beta cov_{n-1}$$

E a covariância média de longo prazo é  $\omega / (1 - \alpha - \beta)$  (HULL, 2008).

De novo, usamos o método por máxima verossimilhança para estimar a covariância (a partir de  $m$  observações de  $r_X r_Y$ ). Nesse caso, as observações são  $r_{X,1} r_{Y,1}$ ,  $r_{X,2} r_{Y,2}$ , ...,  $r_{X,m} r_{Y,m}$  e as variâncias  $\sigma_X$  e  $\sigma_Y$ . Segundo RIBEIRO (2004) e supondo que a média dos retornos é igual à zero, a verossimilhança de  $r_{X,i} r_{Y,i}$  observado é definida pela função de densidade de probabilidade seguinte:

$$\frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{r_{X,i}^2}{\sigma_X^2} + \frac{r_{Y,i}^2}{\sigma_Y^2} - \frac{2\rho r_{X,i} r_{Y,i}}{\sigma_X \sigma_Y}\right]\right)$$

Usando uma análise e suposições similares às quais foram usadas para obter a equação (23), o método de máxima verossimilhança pode ser usado para estimar os

parâmetros do modelo GARCH(1,1). Isso equivale em calcular iterativamente os parâmetros que maximizam

$$\sum_{i=1}^m \left[ -\ln \left( \sigma_{X,i} \sigma_{Y,i} \sqrt{1 - \rho_i^2} \right) - \frac{1}{1 - \rho_i^2} \left( \frac{r_{X,i}^2}{\sigma_{X,i}^2} + \frac{r_{Y,i}^2}{\sigma_{Y,i}^2} - \frac{2\rho_i r_{X,i} r_{Y,i}}{\sigma_{X,i} \sigma_{Y,i}} \right) \right]$$

## 5 PROBLEMA

A despeito de sua importância histórica no agronegócio brasileiro, verifica-se a baixa liquidez dos contratos futuros de açúcar e álcool na BM&F. No entanto, mesmo com esta comprovação, é baixa a liquidez dos contratos futuros de açúcar e etanol na BM&F.

Para evitar problemas de liquidez, a Câmara de compensação de Derivativos da BM&F Bovespa possui contratos de linha de liquidez com várias instituições num valor em torno de R\$1,5 bilhão, com capacidade de honrar todas as suas obrigações, mesmo no caso que os dois maiores devedores se tornem inadimplentes ao mesmo tempo.

Mesmo com as várias tentativas da BM&F de criar um contrato futuro de etanol brasileiro negociado localmente, os produtores ainda não confiam nesse contrato por causa da sua falta de liquidez. Usar este contrato para efetuar um *hedge* do risco de preço de volumes grandes de produção não reduz o risco mas aumenta-lo, pelas razões discutidas acima. Por isso a maioria dos produtores usam contratos futuros negociados no EUA, nas bolsas New York Mercantile Exchange (NYMEX) e InterContinental Exchange (ICE).

Contudo, nestes dois mercados, os contratos futuros de etanol também não possuem liquidez suficiente e, por isso, não são contratos apropriados para estratégias de *hedging*. Por conseguinte, os produtores de etanol encontram mais dificuldades em fixar o preço do seu estoque no futuro do que os produtores de *commodities* mais básicos como por exemplo o milho e o soja.

### 5.1 SOLUÇÕES ATUAIS

As práticas que são predominantes hoje no Brasil para se realizar um *hedge* de etanol são as negociações através do preço a fixar, do mercado *spot* ou, do mercado de balcão através de derivativos como as opções e *swaps*, e também pelo uso de instrumentos de comercialização agrícola como a Cédula de Produto Rural (CPR), o Certificado de Depósito Agropecuário (CDA), o Warrant Agropecuário (WA), o Certificado de Direitos Creditórios do Agronegócio, a Letra de Crédito do Agronegócio (LCA), o Certificado de Recebíveis do Agronegócio(CRA)(CORREA, RAICES, 2010).

Foi constatado o baixo conhecimento operacional dos mercados futuros por parte dos agentes do setor sucroalcooleiro. Os poucos agentes que se interessam nas negociações futuras utilizam as bolsas internacionais em função da maior liquidez que estas apresentam (FREITAS, QUINTINO, 2007).

Uma solução para os produtores de etanol brasileiro é usar a técnica chamada de *cross-hegding*, ou seja o uso de contratos futuros de mercadoria cujo preço é correlacionado ao preço de etanol. Dois contratos futuros foram selecionados para este trabalho:

- O contrato de açúcar (*Sugar world #11*) negociado no ICE,
- O contrato de gasolina (*RBOB gasoline*) negociado no NYMEX.

## 5.2 PROPOSTA

Este trabalho visa descobrir o melhor jeito de efetuar um *cross-hedge* contra o risco de preço de etanol hidratado no Estado de São Paulo usando contratos futuros negociados em bolsas fora do Brasil. Por isso, selecionamos três modelos relevantes (OLS, EWMA e GARCH), cada um possuindo um grau de complexidade distinto. Estes modelos fornecem uma estimativa da razão do *cross-hedge* a ser utilizado para a proteção contra o risco de preço de etanol. Para cada modelo, fazemos duas simulações diferentes, uma com o uso de contratos futuros de açúcar do mercado InterContinental Exchange (ICE) e uma com o uso de contratos futuros de gasolina do mercado New York Mercantile Exchange (NYMEX). Por fim, comparamos a efetividade dos três modelos apresentados.

Os três modelos formam escolhidos pelo fato de ser usados extensivamente na literatura financeira mas também na prática, dentro de mesas de operações em bancos de investimentos. Contudo, para este trabalho, usamos versões simplificadas dos modelos selecionados.

Os contratos futuros de açúcar e de gasolina foram escolhidos por duas razões. A primeira razão é a alta liquidez oferecida pelas bolsas ICE e NYMEX. Isso elimina em parte a fonte do problema inicial de falta de liquidez no mercado brasileiro. A segunda razão é, claramente, o fato que estas duas *commodities* são ligadas ao etanol de maneiras distintas. No Brasil, o etanol é produzido a partir de cana-de-açúcar, por isso,

inferimos que existe uma correlação entre os preços de açúcar e etanol. No Brasil, o etanol é consumido pela população em parte como combustível misturado na gasolina. A maior produtora de petróleo brasileira, a Petrobras, está nas mãos do Governo, o qual exerce controle total sobre a oferta do produto. Isso implica que as forças fundamentais de mercado, como a oferta e a demanda, não são significativas na determinação do preço da gasolina. Consequentemente, não podemos usar a correlação entre as duas *commodities* locais. Nos EUA, o preço da gasolina é formado com base nos fundamentos do mercado. Também vimos que lá o etanol tem um papel equivalente ao etanol no Brasil, ou seja, um combustível substitutivo da gasolina. Estes dois fatos permitem-nos de inferir que existe uma correlação entre o preço do etanol produzido no Brasil e o preço da gasolina consumida nos EUA.

## 5.3 METODOLOGIA

### 5.3.1 Coleta de dados

Os dados utilizados correspondem em três séries de preços semanais no período de 4/1/2008 à 11/11/2011 (202 observações):

- Preços à vista do etanol hidratado,
- Preços do contrato futuro de açúcar (*Sugar world #11*) do ICE com vencimento em março de 2012,
- Preços do contrato futuro de gasolina (*RBOB Gasoline*) do NYMEX com vencimento dezembro de 2011.

Os preços de etanol hidratado, em Dólares por Litro, são fornecidos pela Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” (ESALQ). Consiste nos preços médios pagos pelo etanol hidratado a ser retirado na unidade de produção (nesse caso a usina de produção de álcool). A região de referência é a do Estado de São Paulo do posto Paulínia (SP).

As séries de preços semanais dos contratos futuros de açúcar e de gasolina foram coletadas pelo *Bloomberg Terminal* que é um sistema de informação usado pelos profissionais do mercado financeiro.

Optamos em usar preços semanais (em vez de preços diários) assumindo que o produtor de etanol reajusta sua posição de *hedge* uma vez por semana. Esta frequência oferece um bom compromisso entre precisão do *hedge* e custos operacionais no mercado futuro.

### 5.3.2 Cenário

Procuramos comparar a efetividade do *cross-hedging* de etanol, com contratos futuros de açúcar e de gasolina, à partir dos modelos de estimação OLS, EWMA e GARCH. Por isso, colocamos-nos no cenário fictício seguinte:

O dia 2 janeiro de 2009, um produtor de etanol localizado em São Paulo recebe uma compra de 250,000 m<sup>3</sup> de etanol hidratado para entrega em fevereiro de 2012. A compra provem dos EUA que estimam que a sua capacidade de produção não vai cumprir totalmente a demanda interna no início de 2012, por isso os EUA decide importar. O produtor aceita receber o pagamento em Dólares e, de acordo com ambos as contrapartes, o preço de venda é baseado no preço de mercado do álcool etílico no dia de entrega. O produtor, que não quer correr o risco do preço cair em níveis que não cubram o custo de produção, entra num *hedge* de venda no mercado futuro.

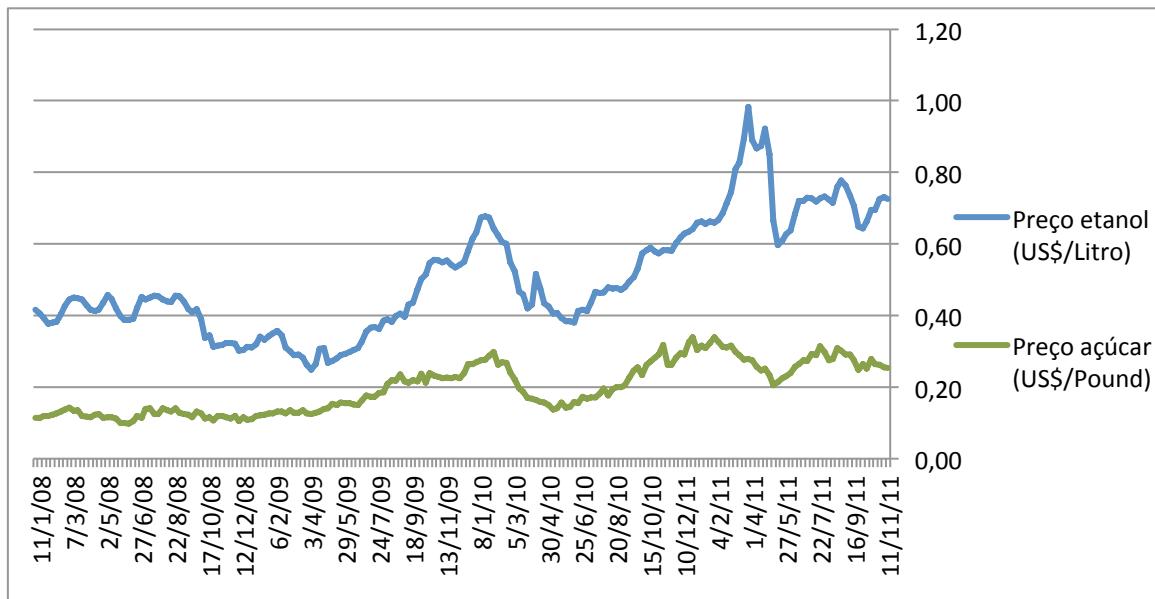
Ao início do *hedge*, dispomos dos dados do ano 2008, ou seja, 52 observações passadas do preços de fechamento de cada sexta-feira. Estes dados servem para a calibração inicial dos modelos. Fazemos a suposição que o produtor faz os cálculos durante o fim de semana e, em função dos resultados, ajusta a sua posição de *hedge* na abertura do mercado futuro na segunda-feira. Fazemos também a suposição que o preço de abertura da segunda-feira é igual ao preço de fechamento da sexta-feira passada. O fim do estudo é no dia 11 novembro de 2011, três meses antes do fim do *hedge*.

## 5.4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 5.4.1 Resultados obtidos

As suposições de correlações de preços feitas anteriormente podem ser avaliadas através da figura 17 que mostra a evolução histórica dos preços de etanol e de açúcar. Podemos que os preços de etanol e de açúcar seguem tendências similares

mas com níveis de volatilidade diferente. Contudo, a partir da data 4/2/11 vemos que os preços divergem em sentidos contrários durante um mês, isso poderia resultar em um *hedge* de baixa eficiência nesta época. Para estas duas séries de preços, o coeficiente de correlação de Pearson é igual à 0.8581 e o  $R^2$  da regressão linear (primeiro gráfico do anexo B) é igual à 0.7023, significando que a correlação dos preços de etanol e de açúcar é alta. O gráfico do anexo A mostra que os preços de etanol e de gasolina possuem umas tendências com leve similaridade somente a partir fim de 2008 (posteriormente ao início do *hedge*) mas antes disso os preços não parecem ter uma correlação alta. Para estas duas *commodities*, o coeficiente de correlação de Pearson é igual à 0.2373 e o  $R^2$  da regressão linear (segundo gráfico do anexo B) é igual à 0.3276, o que significa que a correlação dos preços de etanol e de gasolina é moderada.



**Figura 17 – Evolução do preço futuro de açúcar com o preço *spot* de etanol hidratado**

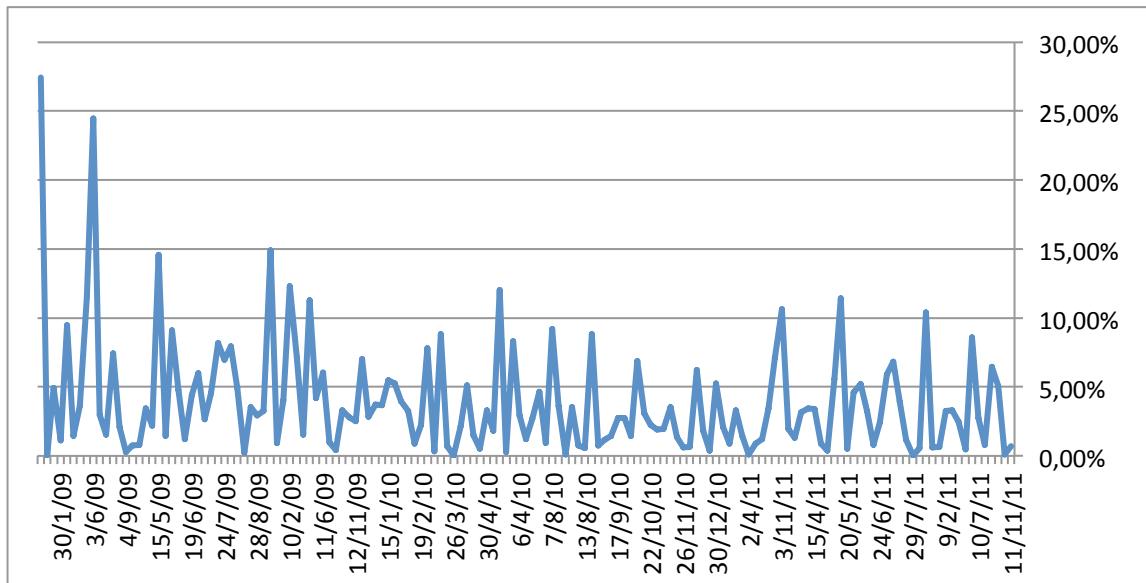
Olhando o primeiro gráfico do anexo E, comparando o valor da carteira sem hedge e com hedge podemos ver que o modelo OLS consegue reduzir significativamente a variância total da carteira de US\$101,775,000.00 para US\$38,906,006.40, ou seja, uma redução de 62%, usando os contratos futuros de açúcar. Este resultado é relativamente satisfatório para um *cross-hedge*. A curva do valor da carteira com hedge feito com contratos futuros de gasolina segue a curva da carteira sem hedge com poucas diferenças. Isso significa que o hedge não funcionou.

Obtemos uma redução de variância de somente 10%. As estimativas da razão do hedge pelo modelo OLS são expostas nos dois primeiros gráficos do anexo C.

	Modelo EWMA			Modelo GARCH		
	Etanol	Açúcar	Gasolina	Etanol	Açúcar	Gasolina
Verossimilhança	737.72	689.19	568.00	755.71	691.60	568.00
$\omega$				0.0005	0.0033	0.0000
$\alpha$				0.4117	0.1171	0.9999
$\beta (= \lambda)$	0.7772	0.9642	0.0001	0.4029	0.0283	0.0001
Max Volatilidade	12.90%	7.35%	24.47%	16.49%	8.82%	24.47%
Min Volatilidade	1.36%	4.95%	0.03%	2.77%	5.86%	0.03%
Longo-prazo $V_L$				0.2674%	0.3907%	0.4059%

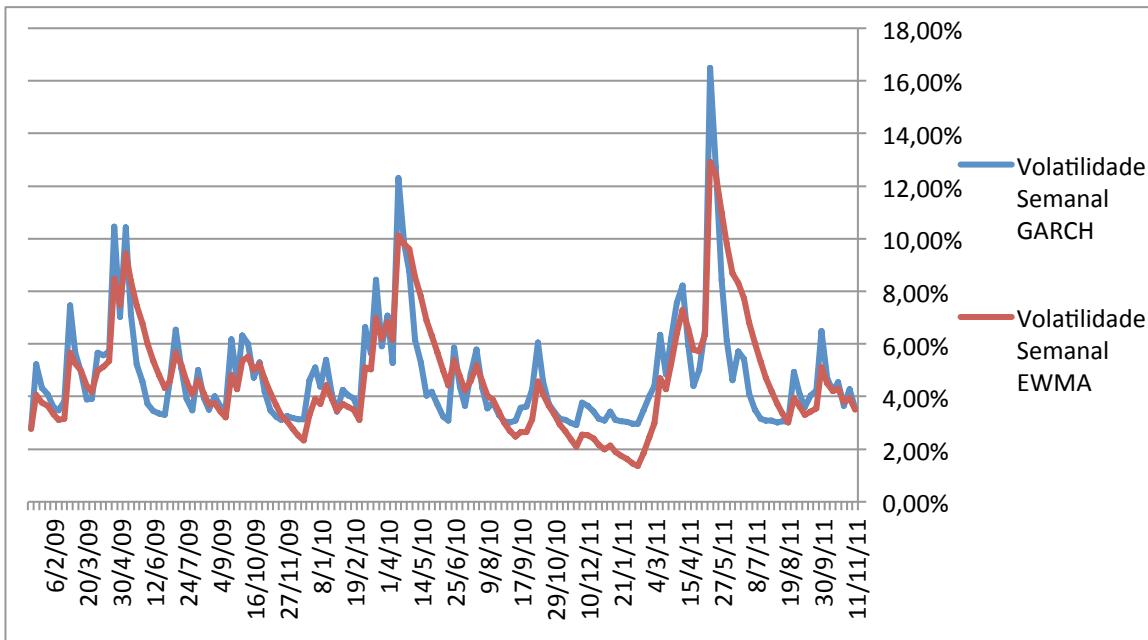
**Tabela 7 – Parâmetros dos modelos EWMA e GARCH para estimação das volatilidades semanais**

A tabela 8 compara os parâmetros alguns resultados de estimação de volatilidade dos modelos EWMA e GARCH. As verossimilhanças dos dois modelos, comparadas por cada *commodity* estudada, são muito próximos. Podemos ver que o modelo GARCH tem uma vantagem sobre o modelo EWMA por ter suas verossimilhanças ligeiramente superiores. Contudo, no caso da gasolina, as verossimilhanças dos dois modelos são iguais; o  $\omega$  e o  $\alpha$  do modelo GARCH são iguais à 0 e 1, respectivamente, o que lhe deixa igual ao modelo EWMA. Por isso, obtemos as mesmas estimativas de volatilidades semanais para os dois modelos (figura 18) que parecem ser em torno de 5%.



**Figura 18 – Estimação da volatilidade semanal do preço futuro de gasolina (modelos EWMA e GARCH)**

Para o preço spot de etanol, os dois modelos divergem nas estimações da volatilidade semanais máxima e mínima, em geral o modelo GARCH prevê volatilidades maiores. Calculamos, a partir das previsões de volatilidade semanal de etanol (figura 19), que a volatilidade calculada pelo modelo GARCH(1,1) é maior que à volatilidade calculada pelo modelo EWMA em mais de 62% dos dados. A maior parte destas diferenças são razoáveis, ou seja, entre -2% e 2% mais de 88% das ocorrências. Por isso, o modelo GARCH(1,1) parece ser um pouco mais reativo às movimentações súbitas de preço do que o modelo EWMA, o que é uma boa característica de modelo num ambiente de alta volatilidade. Obtemos características similares para as estimações da volatilidade semanal de açúcar (anexo D).



**Figura 19 – Estimação da volatilidade semanal do preço spot de etanol hidratado**

A tabela 9 mostra os parâmetros calculados por máxima verossimilhança para os modelos EWMA e GARCH que foram ajustados para estimar as covariâncias entre as pares etanol/açúcar e etanol/gasolina. De novo, podemos ver que as verossimilhanças do modelo GARCH são maiores do que as do modelo EWMA. Usando simultaneamente as estimativas das covariâncias e as estimativas das volatilidades (dos modelos da tabela 8) por uma semana dada, conseguimos obter a estimativa da razão do *hedge* (equação 3). As estimativas das razões pelos modelos EWMA e GARCH são expostas no anexo C.

	Modelo EWMA		Modelo GARCH	
	Etanol /Açúcar	Etanol /Gasolina	Etanol /Açúcar	Etanol /Gasolina
Verossimilhança	541.45	547.64	570.46	574.90.00
$\omega$			0.0006	0.0000
$\alpha$			0.1557	0.0510
$\beta (= \lambda)$	0.9440	0.965	0.2461	0.9400
Max correlações	0.6727	0.6362	0.5477	0.6665
Min correlações	-0.0854	0.0352	-0.0264	-0.0171
Longo-prazo $cov_L$			0.1046%	0.0001%

**Tabela 8 - Parâmetros dos modelos EWMA e GARCH para estimação das correlações**

Enfim, o anexo E mostra a evolução do valor da carteira sem *hedge* (o produtor corre o risco de preço e não entra numa posição no mercado futuro) em comparação aos valores das carteiras com *hedge* usando contratos futuros de açúcar e com *hedge* usando contratos futuros de gasolina calculadas com os modelos EWMA (segundo gráfico do anexo E) e GARCH (terceiro gráfico do anexo E). Podemos ver que, para os dois modelos, o *hedge* com contratos futuros de gasolina funciona melhor. No dia 11/11/11, a variância do valor da carteira é reduzida de 48% e 54% pelo EWMA e pelo GARCH, respectivamente. Contudo, o *hedge* com contratos futuros de açúcar não funcionou de maneira satisfatória com o modelo GARCH que reduziu a variância de somente 4%. O modelo EWMA funcionou melhor, mas de maneira moderada, reduzindo a variância de 28%.

No primeiro gráfico do anexo E, podemos ver que, no dia 11/11/11 o modelo OLS consegue de maneira satisfatória em reduzir a variância da carteira (com *hedge* usando contratos futuros de açúcar) de 62% no total. Por isso, o modelo OLS é o mais eficiente dos três apresentados neste trabalho. Limitando-se aos contratos futuros de gasolina, podemos ver que os modelos EWMA e GARCH tem um melhor desempenho. Ao longo do *hedge*, o modelo GARCH conseguiu melhor em diminuir a variância da carteira do que o modelo EWMA. A tabela 9 resume o desempenho dos três modelos em reduzir a

variância total a partir do dia de começo do hedge, o dia 2 janeiro de 2009, até é o dia 11 de novembro de 2011.

		Redução da variação total	
		Açúcar	Gasolina
<b>OLS</b>		-62%	-10%
<b>EWMA</b>		-28%	-48%
<b>GARCH</b>		-4%	-54%

**Tabela 9 - Redução de variabilidade dos hedges**

De uma maneira geral podemos inferir que, a partir dos dados recolhidos, ao efetuar um *cross-hedge* de etanol com ajustamentos semanais, será preferido o uso do modelo OLS com contratos futuros de açúcar. Se o hedger decide usar contratos futuros de gasolina, é preferível que utilize o modelo GARCH(1,1) que é, apesar de ser um modelo de estimação complexo, o mais adaptado às características do preço futuro de gasolina. O modelo EWMA pode ser uma alternativa no cross-hedge de etanol com contratos futuros de gasolina mas este modelo dará um resultado ligeiramente inferior ao do modelo GARCH(1,1).

#### **5.4.2 Avaliação da efetividade dos modelos**

##### **5.4.2.1 Efetividade do modelo OLS**

Existe várias medidas estatísticas para medir o risco potencial de um *hedge*. O valor  $R^2$  da regressão linear, que indica a veracidade de uma correlação, mede a proporção da variância total do preço *spot* de etanol  $\Delta S$  explicado pelas mudanças do preço futuro de açúcar ou de gasolina  $\Delta F$ . Maior o  $R^2$ , mais forte a relação entre os preços e menos risco envolvido pelo *hedge*. Segundo as terceira e quarta regressões do anexo B, podemos ver que o modelo OLS fornece uma efetividade baixa ao longo da vida do *hedge* com uma efetividade média igual à 0.0892 e 0.0767 para os cross-hedges de açúcar e gasolina, respectivamente.

#### 5.4.2.2 Efetividade dos modelos EWMA e GARCH

A suposição do modelo GARCH(1,1) é que a volatilidade altera-se com o tempo. Tem períodos de alta volatilidade e períodos de baixa volatilidade, ou seja, quando  $r_i^2$  é alto, tem uma tendência para  $r_{i+1}^2, r_{i+2}^2, \dots$  de serem altos; quando  $r_i^2$  é baixo, tem uma tendência para  $r_{i+1}^2, r_{i+2}^2, \dots$  de ser baixos. Podemos testar se isso é verdadeiro ou não a estrutura de autocorrelação dos  $r_i^2$ . Assumimos que o retornos quadrados  $r_i^2$  exibem autocorrelação. Se o modelo GARCH funciona bem, ele deveria remover a autocorrelação. Podemos testar se foi removido considerando a estrutura de autocorrelação das variáveis  $r_i^2, \sigma_i^2$ . Se estas observações mostram uma autocorrelação baixa, nosso modelo de estimação das volatilidades semanais  $\sigma_i$  sucedeu em remover as autocorrelações entre as variáveis (HULL, 2008). O coeficiente da autocorrelação tem duas finalidades. Ele pode detectar a não-aleatoriedade em uma série de dados e, se os valores na série de dados não são aleatórios, a autocorrelação pode ajudar um modelo apropriado.

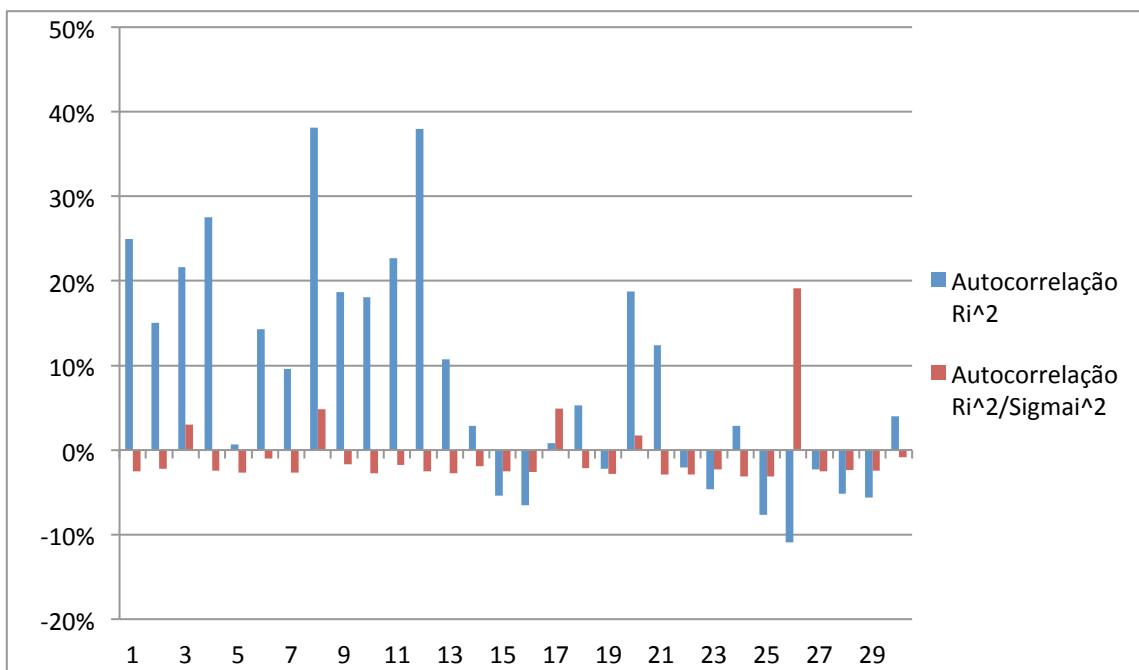
Número de defasagens	Autocorrelação $r_i^2$	Autocorrelação $r_i^2, \sigma_i^2$
1	25%	-3%
2	15%	-2%
3	22%	3%
4	27%	-2%
5	1%	-3%
6	14%	-1%
7	10%	-3%
8	38%	5%
9	19%	-2%
10	18%	-3%
11	23%	-2%

**Tabela 10 – Autocorrelação do preço futuro de gasolina antes e depois de ter usado o modelo GARCH**

A tabela 10 mostra o resultado para o preço futuro de gasolina. A primeira coluna mostra os números de defasagens, ou seja, as retardações de tempo consideradas quando a autocorrelação é calculada. A segunda coluna mostra as autocorrelações

calculadas para os  $r_i^2$  (antes do uso do modelo GARCH). A terceira coluna mostra as autocorrelações para os  $r_i^2$ ,  $\sigma_i^2$  (depois do uso do modelo GARCH).

A tabela mostra que as autocorrelações dos  $r_i^2$  são positivas ou negativas com uma magnitude maior à magnitude das autocorrelações dos  $r_i^2$ ,  $\sigma_i^2$  que são todas negativas (com as exceções das defasagens de 3 e 8 semanas). Então, O modelo GARCH teve por efeito de remover a autocorrelação; isso mostra que o modelo funcionou bem no tratamento dos dados.



**Figura 20 – Autocorrelação dos retornos de etanol antes (azul) e depois (vermelho) do EWMA e GARCH**

O anexo F mostra os *correlograms* (gráfico das autocorrelações em função das defasagens) dos modelos GARCH e EWMA para a redução da autocorrelação no preço *spot* de etanol hidratado e nos preços futuros de açúcar e gasolina. Podemos ver na figura 17 que ambos os modelos tem a maior efetividade no *hedge* quando se usa contratos futuros de gasolina porque eles conseguiram remover a maior parte da autocorrelação. Contudo, os modelos não sucederam remover a autocorrelação na defasagem de 26 semanas, mas a autocorrelação é removida nos primeiros defasagens que são os mais importantes porque são os mais próximos a semana atual.

Para o preço *spot* de etanol e o preço futuro de açúcar (anexo F), os modelos EWMA e GARCH não obterem resultados suficientes em reduzir a autocorrelação para ser escolhidos. Por conseguinte, ao realizar um *hedge* com contratos futuros de gasolina e com ajustamentos semanais, o modelo GARCH será preferido ao modelo EWMA.

## 6 CONCLUSÃO

O mercado de etanol brasileiro vem se consolidando nos últimos anos, ganhando cada vez mais importância econômica, enquanto fonte alternativa aos combustíveis fósseis, principais vilões nos problemas de alterações climáticas recentes. O Brasil é extremamente competitivo na produção de cana-de-açúcar, o que o torna um importante participante do setor de etanol mundial. Para efeito deste trabalho, analisou-se especificamente o segmento de etanol hidratado, utilizado principalmente como combustível em automóveis.

Dada a volatilidade no preço que existe nas variações do etanol hidratado e os impactos que podem causar tais variações imprevistas na economia interna do país, torna-se importante aperfeiçoar o uso de ferramentas que permitam mitigar os efeitos dessa volatilidade.

Neste trabalho, verificaram-se três modelos, entre os mais utilizados pelo mercado, para estimar a razão de um hedge. Avaliou-se a capacidade dos contratos futuros de açúcar e de gasolina negociados na ICE e na NYMEX, respectivamente, de mitigarem de forma eficiente o risco de preço para a indústria sucroalcooleira, através de operações de *cross-hedge*.

Partindo dos resultados encontrados, pode-se afirmar que o modelo GARCH(1,1) apresentou um bom ajuste estatístico aos preços futuros de gasolina e as melhores previsões ao serem estas comparadas com os dados observados. Portanto, o modelo proposto é uma alternativa factível para minimizar o risco da volatilidade no cálculo das previsões do preço do etanol.

Por outro lado, o modelo OLS, embora seja o mais simples conceitualmente e também na prática, se apresentou como o mais eficiente na redução da variância com o uso de contratos futuros de açúcar.

Portanto, cabe ao agente de mercado de etanol hidratado escolher entre realizar a operação com base em gasolina ou em açúcar utilizando o modelo proposto melhor para cada produto. Desta maneira, tais agentes poderão contar com uma ferramenta comprovada na gestão de risco para a comercialização deste importante produto para o mercado nacional.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KOHLHEPP, G. **Análise da situação da produção de etanol e biodiesel no Brasil.** Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo. Vol.24 no.68 (2010)

SERGIO, Mario. **Energia Solar.** MPX (Maio, 2011)

BARROS, Lucas Ayres Barreira de Campos. Material do curso **Estratégia Financeira.** FEA-USP (2010).

BERNOULLI, Daniel. **Specimen theoriae novae de mensura sortis.** Edição Gregg (1968)

BOMTEMPO, José Vitor. **Perspectivas do Investimento em Energia.** UFRJ (Julho, 2009)

DUARTE, Antonio Marcos Júnior . **Risco: Definições, Tipos, Medição e Recomendações para seu Gerenciamento.** (1993)

PEREIRA, Mario V. **MATRIZ ENERGÉTICA: Cenários, Oportunidades e Desafios.** Confederação Nacional da Indústria (CNI), Brasília (2007)

JANK M., 2008, **An Overview of the Brazilian Sugarcane Industry, Better Sugarcane Initiative General Assembly.** São Paulo(November 13th, 2008)

GEMAN, Hélyette. **Commodities and Commodity Derivatives: Modelling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy.** Wiley; 1<sup>a</sup> Edição (Março 28, 2005)

GEMAN, Hélyette. **Risk management in commodity markets: from shipping to agriculturals and energy.** Wiley (January 20, 2009)

RIBEIRO, Marisa Isabel. **Gaussian Probability Density Functions: Properties and Error Characterization.** Institute for Systems and Robotics, Instituto Superior Técnico (Fevereiro 2004).

HULL, John. **Options, Futures & Other Derivatives.** Prentice Hall; 7<sup>th</sup> edition (August 8, 2008)

FREITAS, Carlos Eduardo, QUINTINO, Derik Davi. **Critica a Teoria Dos Mercados Futuros a Luz do Desenvolvimento Recente dos Contratos Futuros de Açúcar E Álcool Da BM&F.** Departamento de Economia, Administração e Sociologia, ESALQ/USP (2007)

EDERINGTON, Louis H. **The hedging performance of the new futures markets.** The Journal of Finance, v.34, n.1, p.157-170, (1979)

**KNIGHT, F.H. Risk, Uncertainty, and Profit.** Boston, MA: Hart, Schaffner & Marx; Houghton Mifflin Company. The Riverside Press, Cambridge, 1<sup>st</sup> edition (1921)

**SILVEIRA BUENO, Rodrigo. Conceitos de "hedge" em mercados futuros.** Revista de Administração, São Paulo v.37, n.4, p.83-90, (Dezembro 2002)

**PEREIRA, Leonel M. Modelo de formação de preços de commodities agrícolas aplicado ao mercado de açúcar e álcool.** FEA USP (Junho 15, 2009)

**PINTO, Edemir. Futuros de açúcar e álcool.** Bolsa de Mercadorias & Futuros (Junho 2005)

**SICOOB. Manual de Gerenciamento do Risco de Mercado – MRM.** Cooperativa de Crédito do Vale do Paranaíba (Dezembro, 2008)

**CASILLO, A. Model specification for the estimation of the optimal hedge ratio with stock index futures: an application to the Italian derivatives market.** In: Pro. "Derivatives and Financial Stability" (Outubro 2, 2004)

**MARTINES FILHO, Joao. Mercados Futuros Agropecuários.** Campus, 1<sup>a</sup> Edição (2008)

**AGUIAR, D.R.D. Mercados Futuros Agropecuários.** Viçosa: UFV(1999).

**MARQUES, P.V.; MELLO, P. C.; MARTINES J.G. Mercados Futuros e de Opções Agropecuárias.** Departamento de Economia, Administração e Sociologia da EALQ/USP, 2006, Série Didática nº D-129.

**CORREA, Arnaldo L., RAICES, Carlos. Derivativos Agrícolas.** Editora Globo; 2<sup>a</sup> Edição (2010)

**NILSSON, T. Optimal hedging strategies for Swedish grain agents.** Institutionen for Edonomi (2001)

**OLIVEIRA DA SILVA, Andréia R. A Efetividade do Hedge e do Cross-Hedge de Contratos Futuros para Soja e Derivados.** UFV(2001)

**DAMODORAN, Aswath. Investment Philosophies: Successful Investment Philosophies and the Greatest Investors Who Made Them Work.** Wiley (2003)

**MARKOWITZ, H.M. Portfolio Selection.** The Journal of Finance(March 1952)

**CROUHY, Michel. MARK, Robert. GALAI, Dan. The essentials of risk management.** McGraw-Hill; 1<sup>a</sup> Edição (Dezembro 14, 2005)

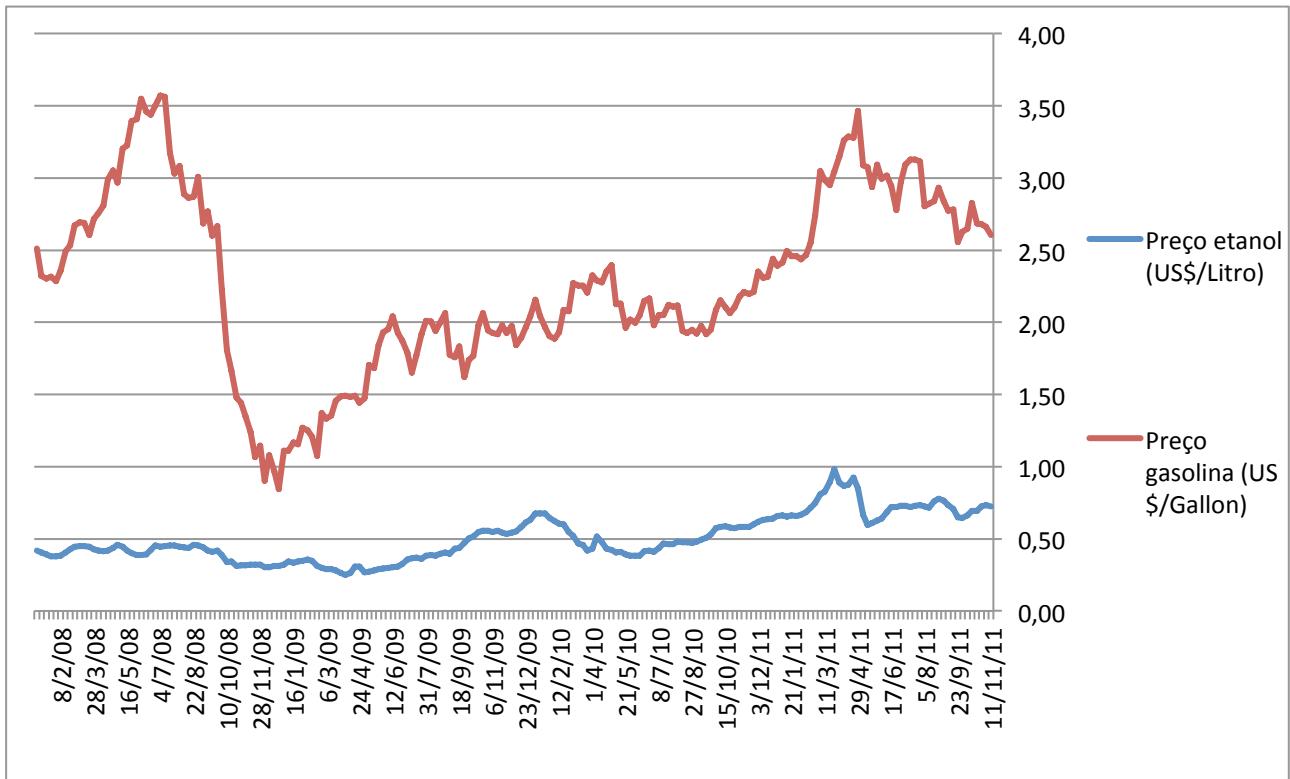
JORION, P. **Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk.**  
McGraw-Hill; 3<sup>a</sup> edição (Outubro 19, 2006)

CHOURDAKIS, Kyriakos. **Financial Derivatives.** QM University of London (2003)

## 8 ANEXOS

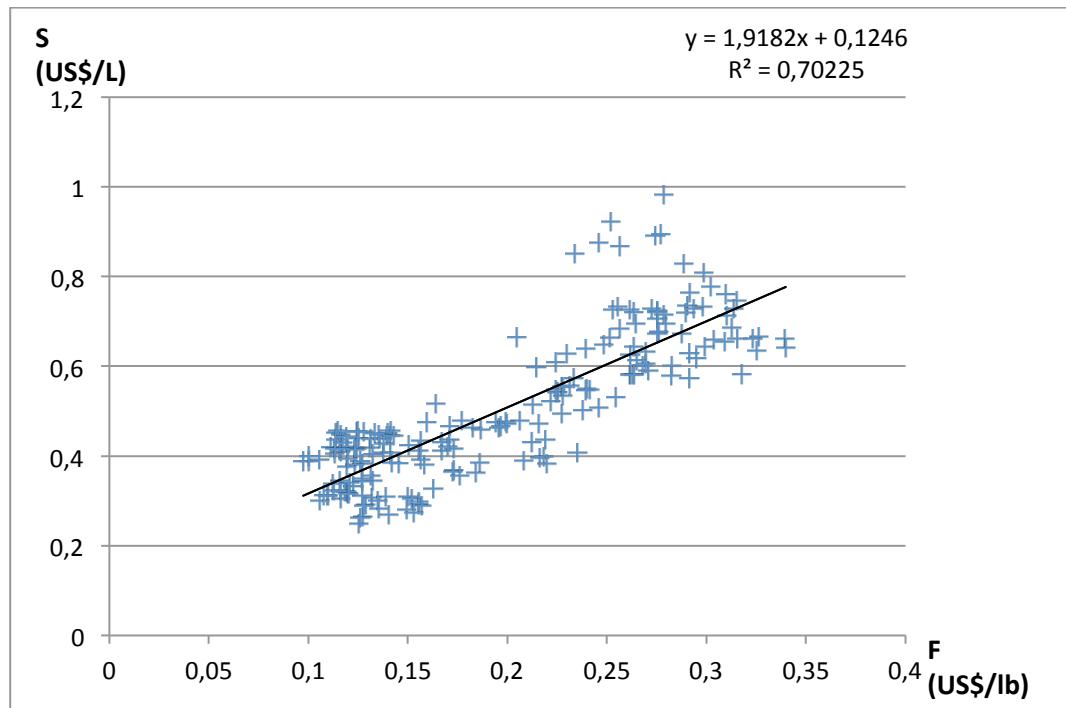
### 8.1 ANEXO A – HISTÓRICO DE PREÇOS

Comparação da evolução do preço futuro de gasolina (Gasolina RBOB) com o preço spot de etanol hidratado (Coeficiente de Correlação Pearson = 0.237339837109104)

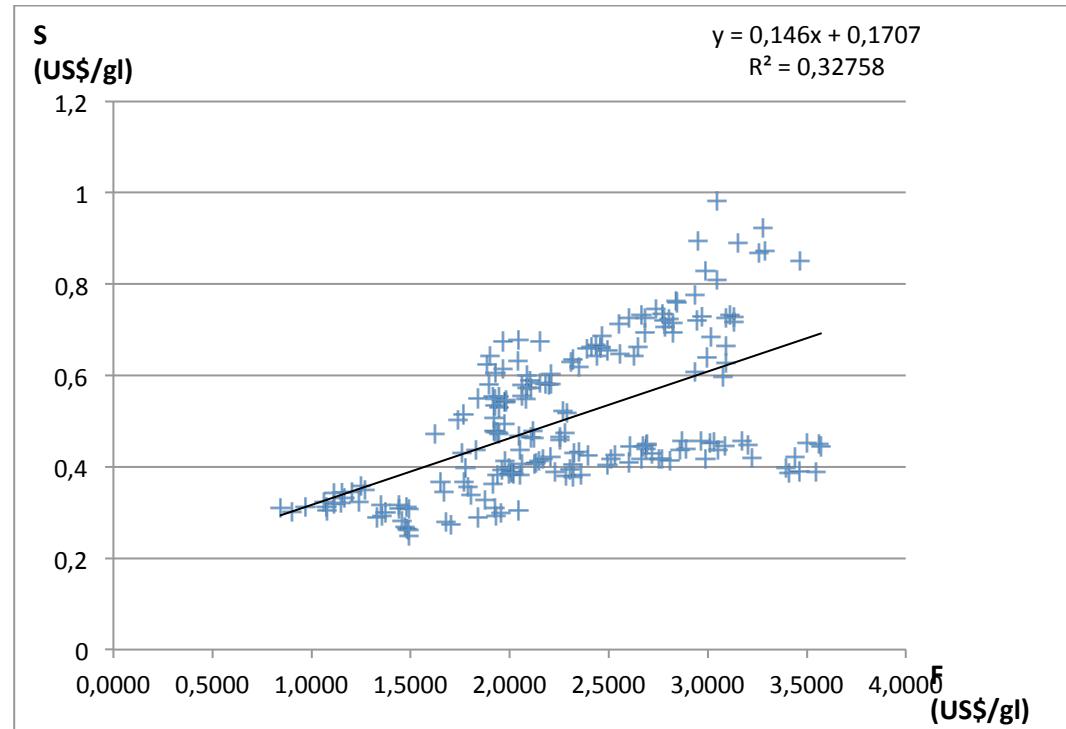


## 8.2 ANEXO B – REGRESSÕES LINEARES

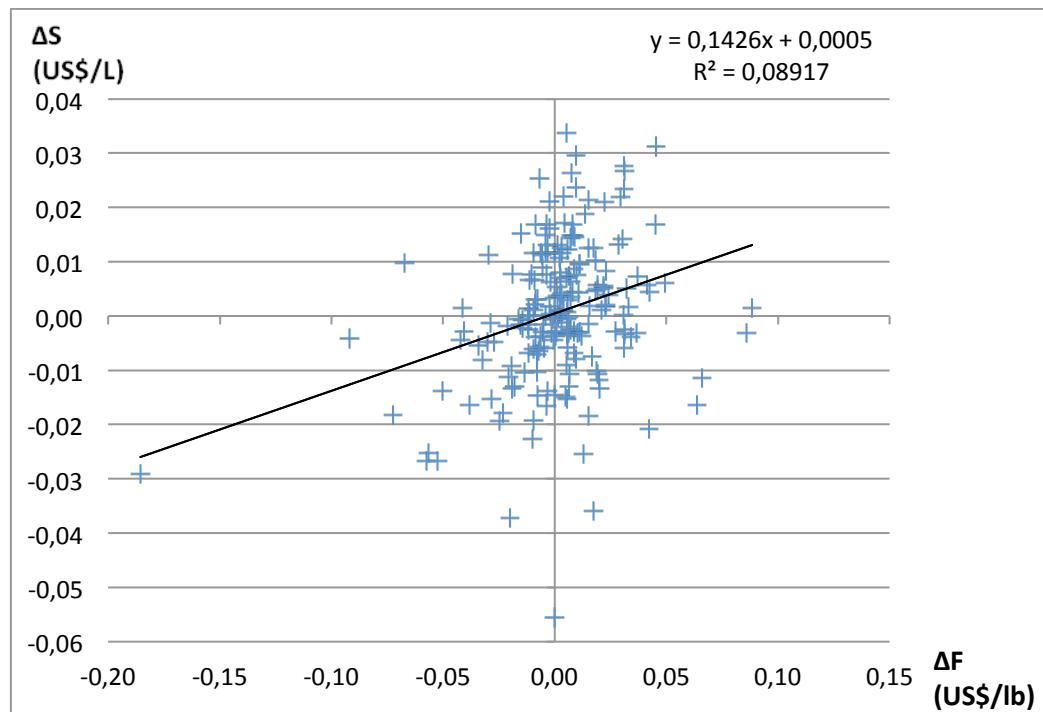
Regressão dos preços futuros de açúcar F com os preços *spot* de etanol S



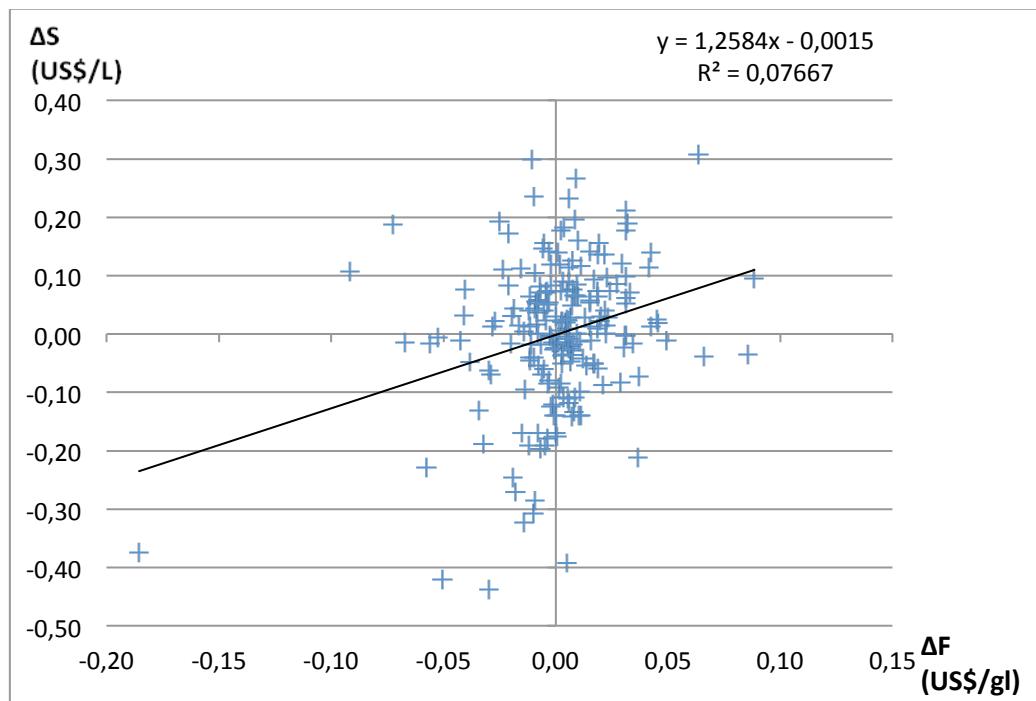
Regressão dos preços futuros de gasolina F com os preços *spot* de etanol S



Regressão das mudanças do preço futuro de açúcar  $\Delta F$  com as mudanças do preço *spot* de etanol  $\Delta S$  para o uso do  $\beta$  no modelo OLS ( $\beta = 0.1426$ )



Regressão das mudanças do preço futuro de gasolina  $\Delta F$  com as mudanças do preço *spot* de etanol  $\Delta S$  para o uso do  $\beta$  no modelo OLS ( $\beta = 1.2584$ )

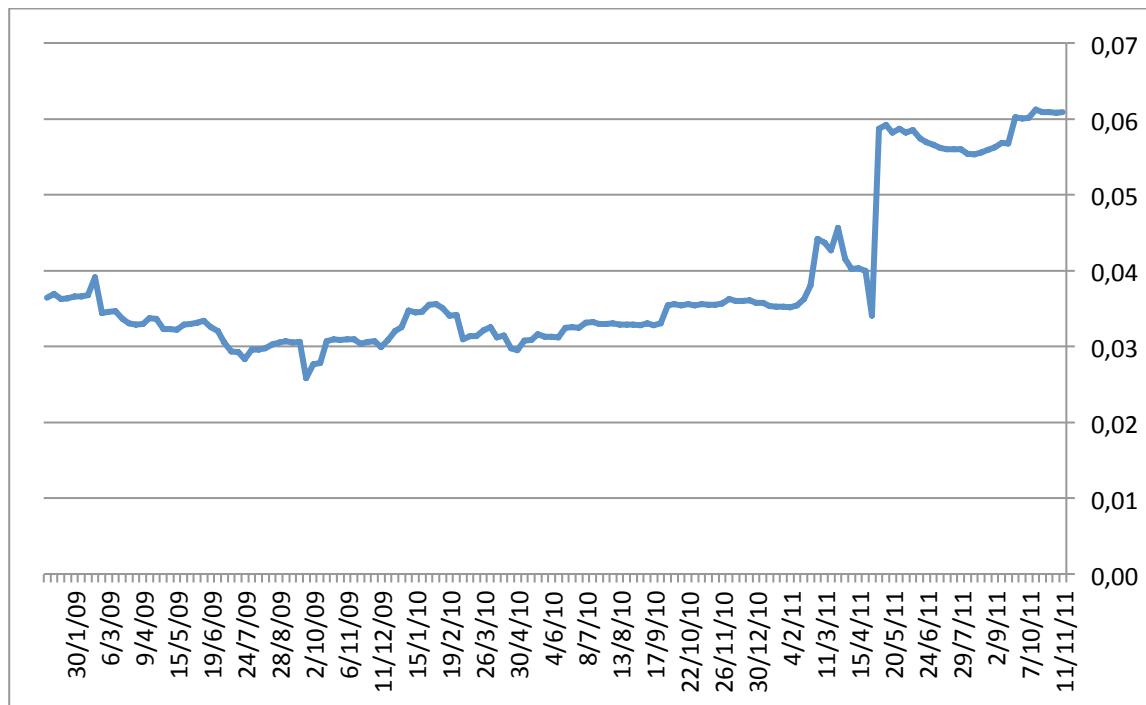


### 8.3 ANEXO C – ESTIMAÇÕES DAS RAZÕES ÓTIMAS DOS HEDGES

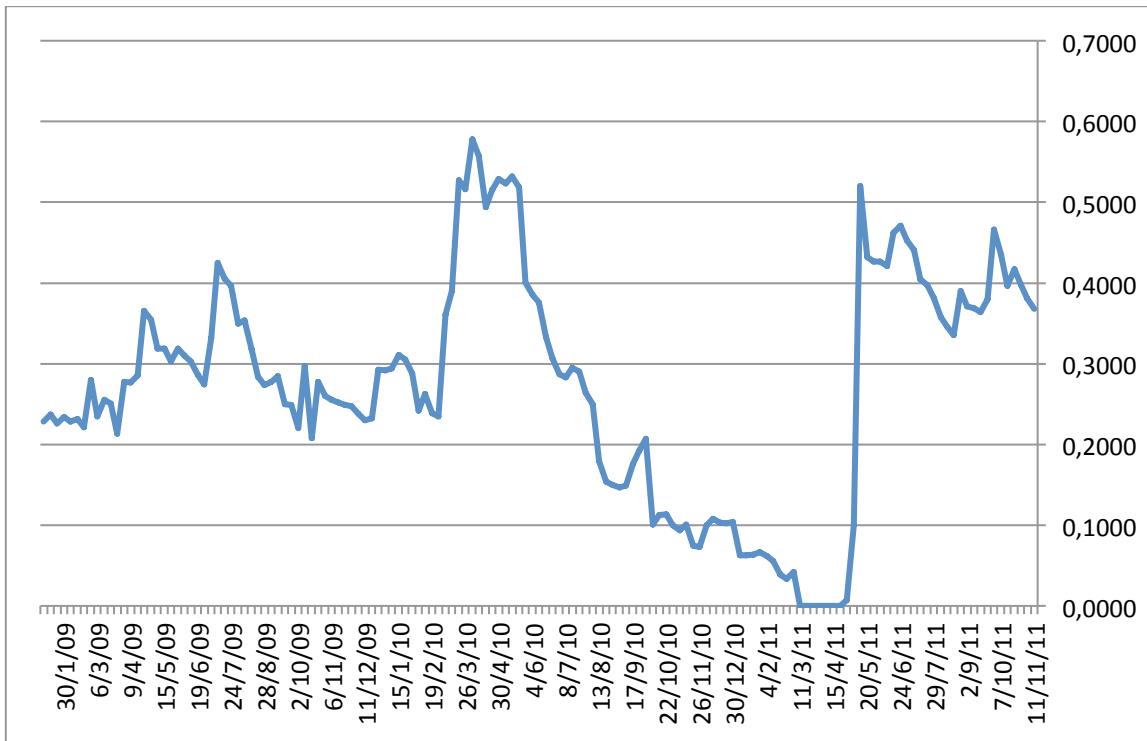
Razão do *cross-hedge* de etanol hidratado com contratos futuros de açúcar (*Sugar #11 World*) calculado pelo modelo OLS



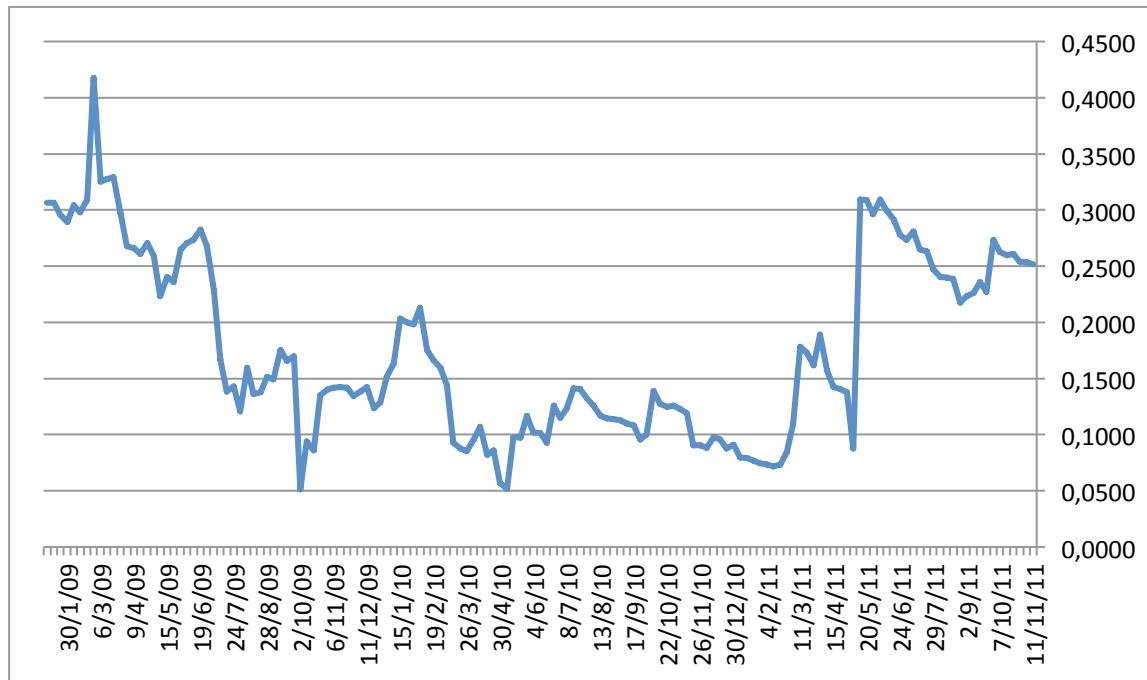
Razão do *cross-hedge* de etanol hidratado com contratos futuros de gasolina (*Gasolina RBOB*) calculado pelo modelo OLS



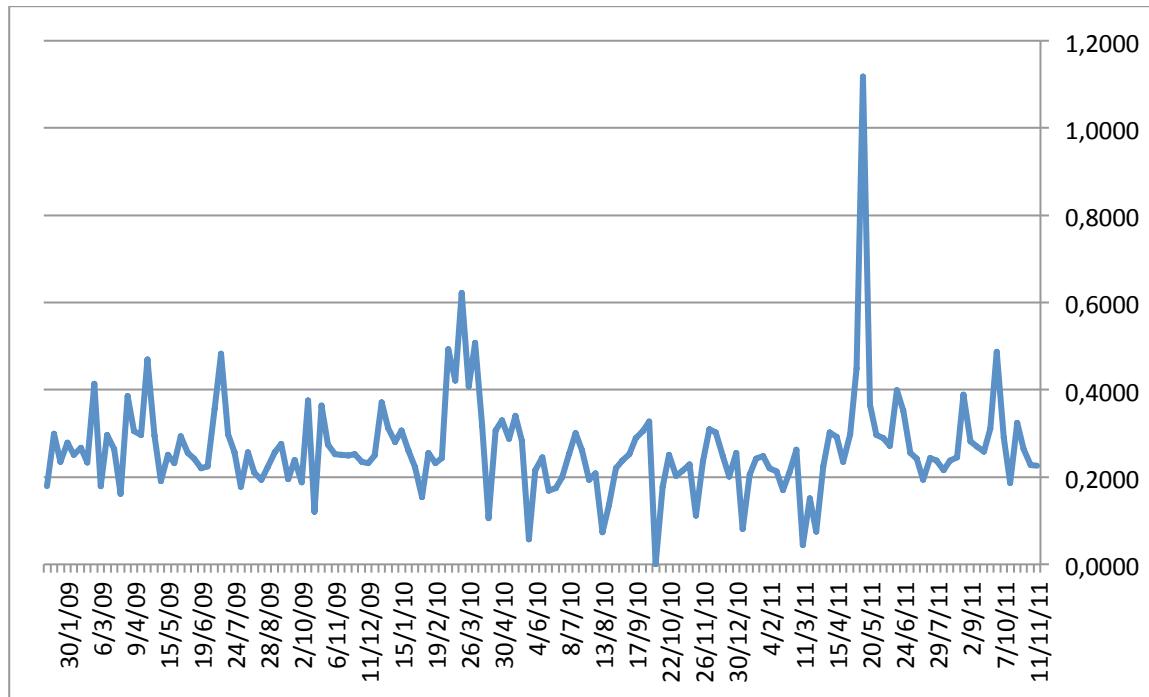
Razão do *cross-hedge* de etanol hidratado com contratos futuros de açúcar (*Sugar #11 World*) calculado pelo modelo EWMA



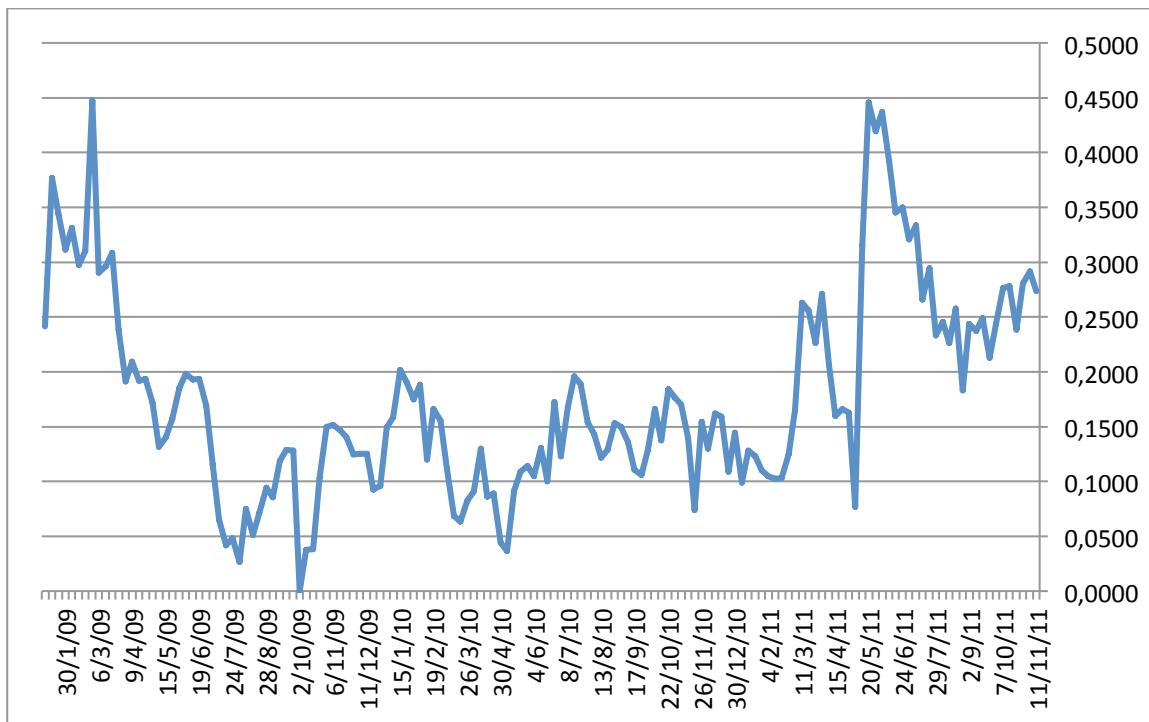
Razão do *cross-hedge* de etanol hidratado com contratos futuros de gasolina (*Gasolina RBOB*) calculado pelo modelo EWMA



Razão do *cross-hedge* de etanol hidratado com contratos futuros de açúcar (*Sugar #11 World*) calculado pelo modelo GARCH

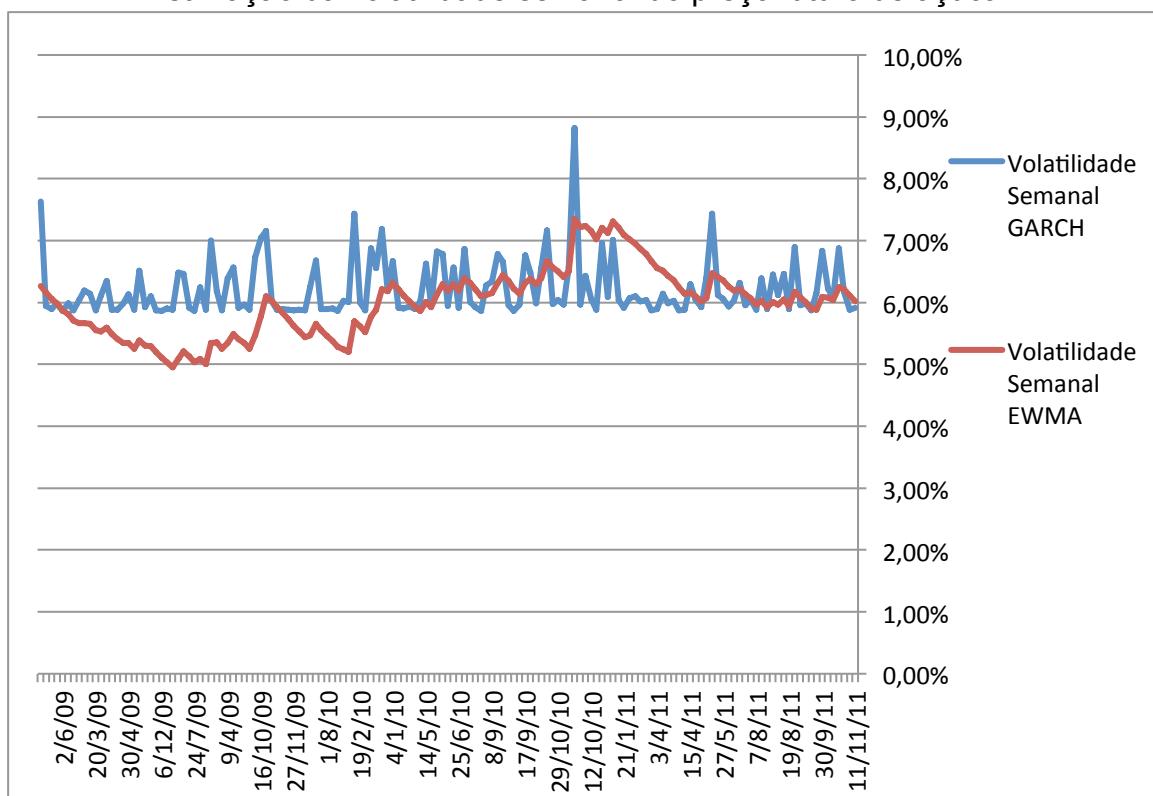


Razão do *cross-hedge* de etanol hidratado com contratos futuros de gasolina (*Gasoline RBOB*) calculado pelo modelo GARCH



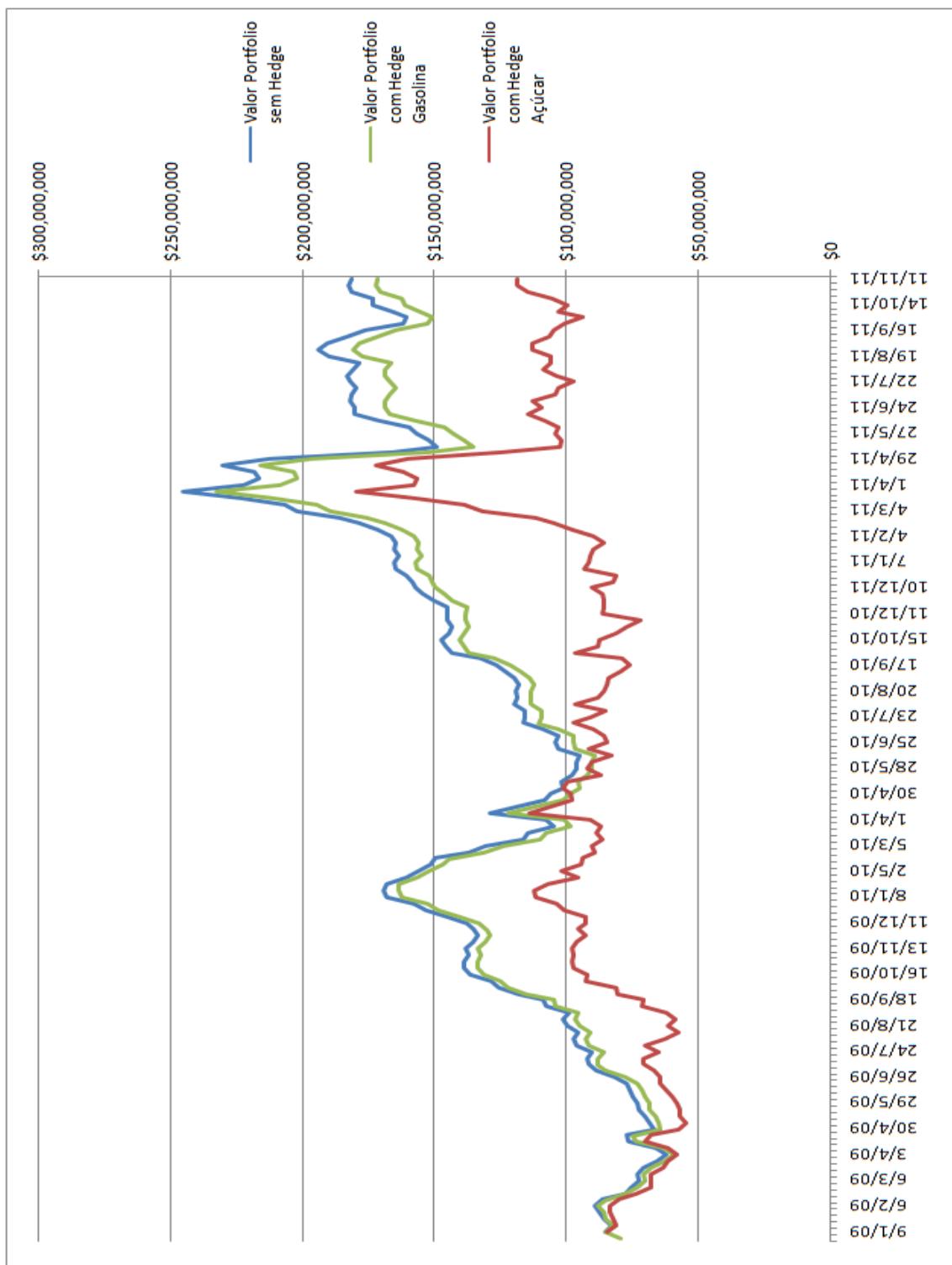
#### 8.4 ANEXO D – ESTIMAÇÕES DAS VOLATILIDADES SEMANAIS

Estimação da volatilidade semanal do preço futuro de açúcar

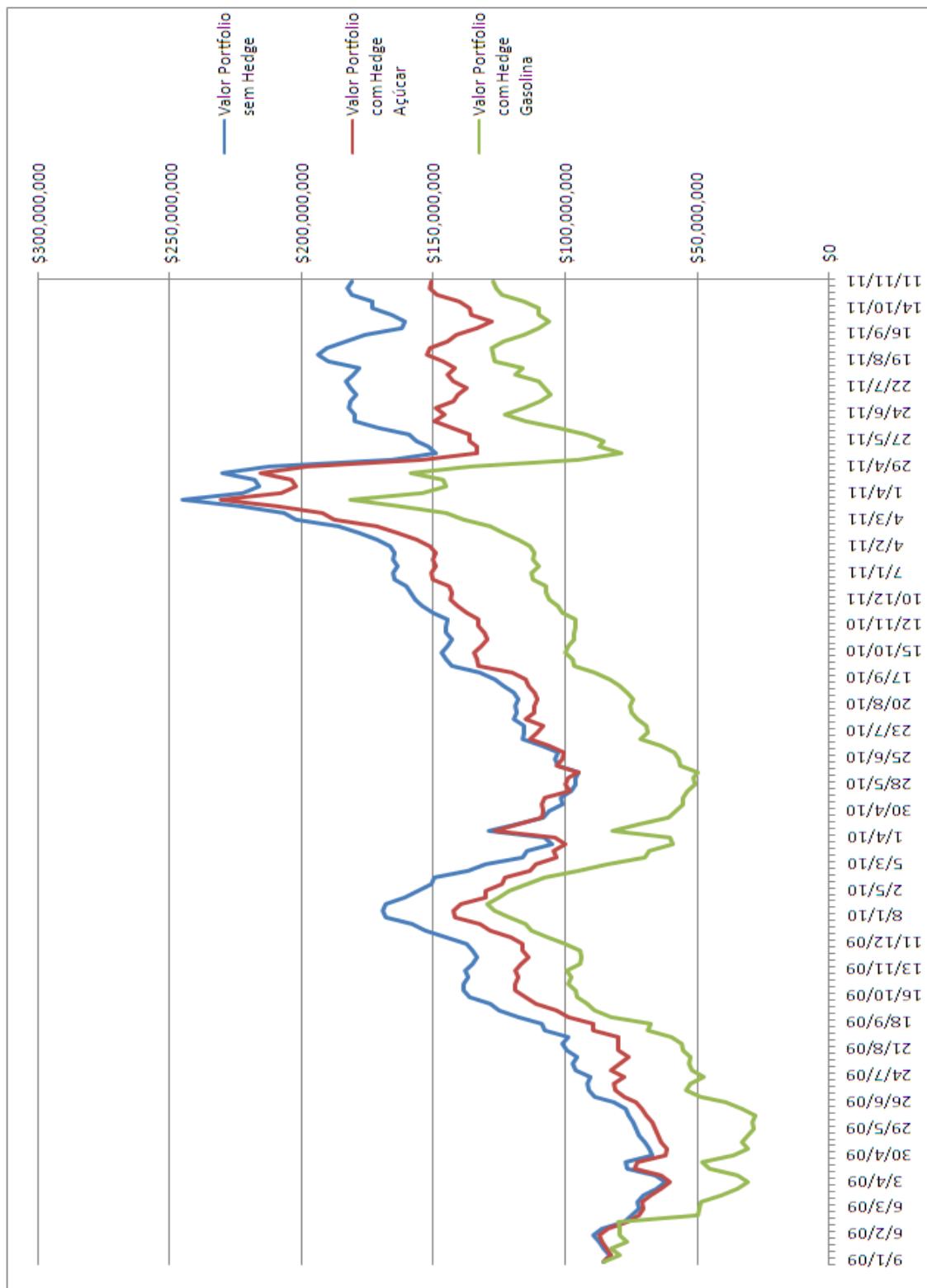


## 8.5 ANEXO E – VALORES DO PORTFOLIO COM E SEM HEDGE

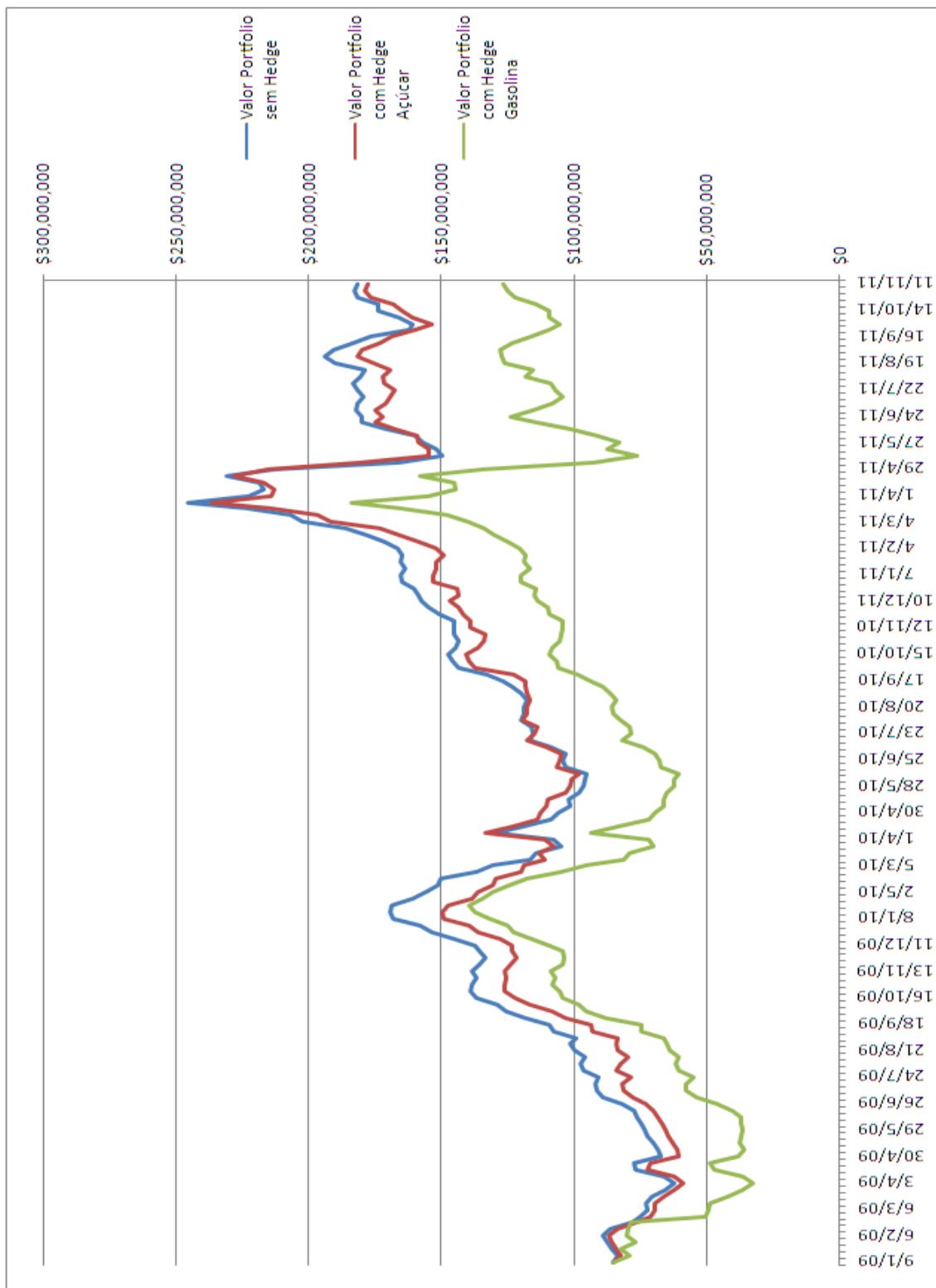
Cross-Hedges OLS de etanol hidratado com contratos futuros de açúcar (Sugar #11 World) e com contratos futuros de gasolina (RBOB Gasoline)



*Cross-Hedge EWMA de etanol com contratos futuros de açúcar (Sugar #11 World) e com contratos futuros de gasolina (Gasoline RBOB)*

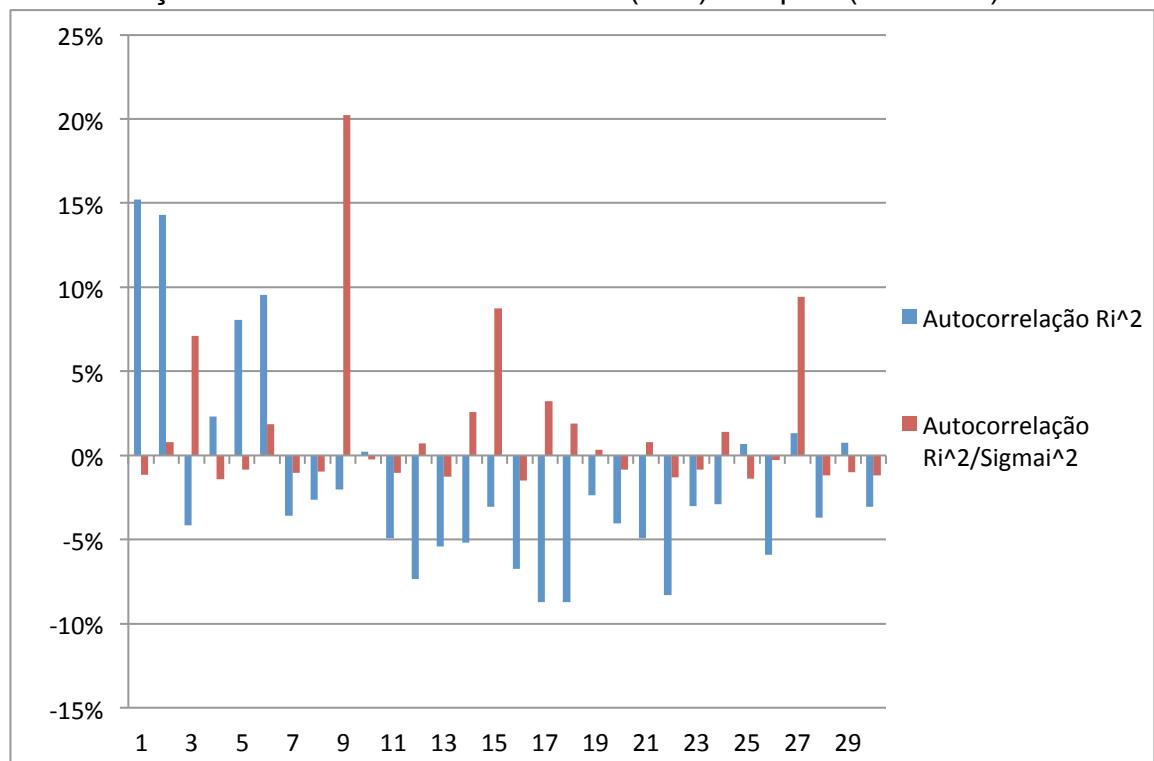


Cross-Hedge GARCH de etanol com contratos futuros de açúcar (Sugar #11 World) e com contratos futuros de gasolina (Gasoline RBOB)

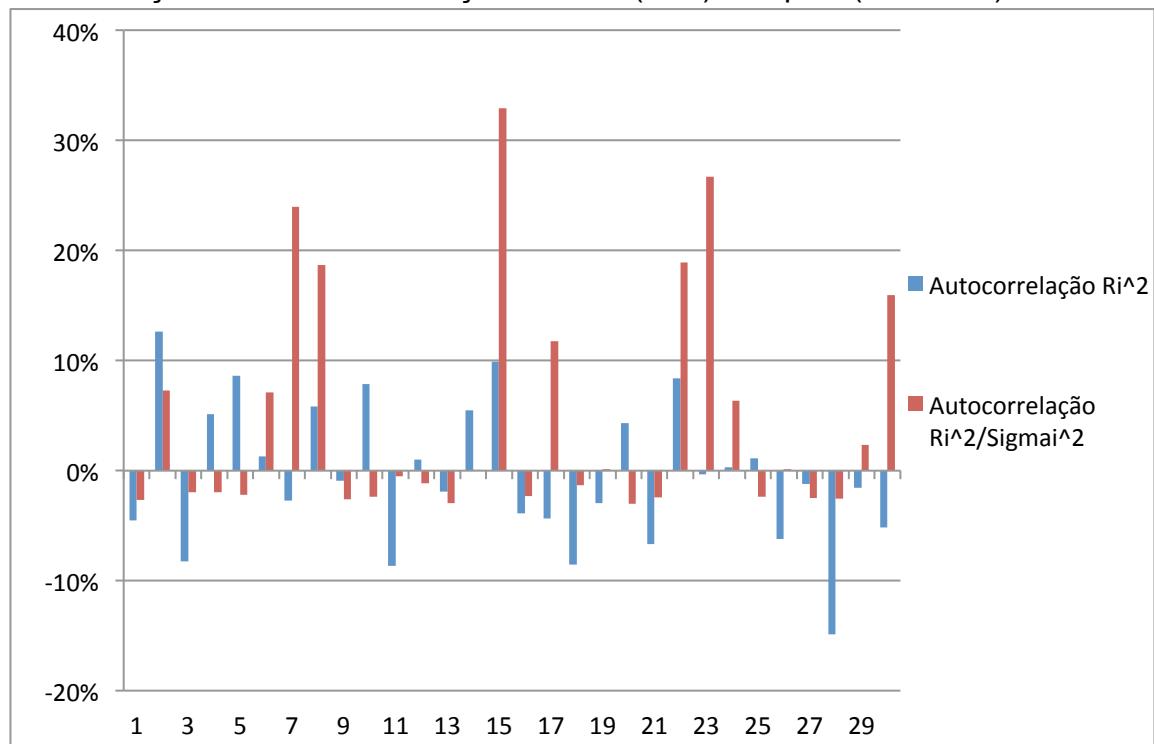


## 8.6 ANEXO F – CORRELOGRAMS

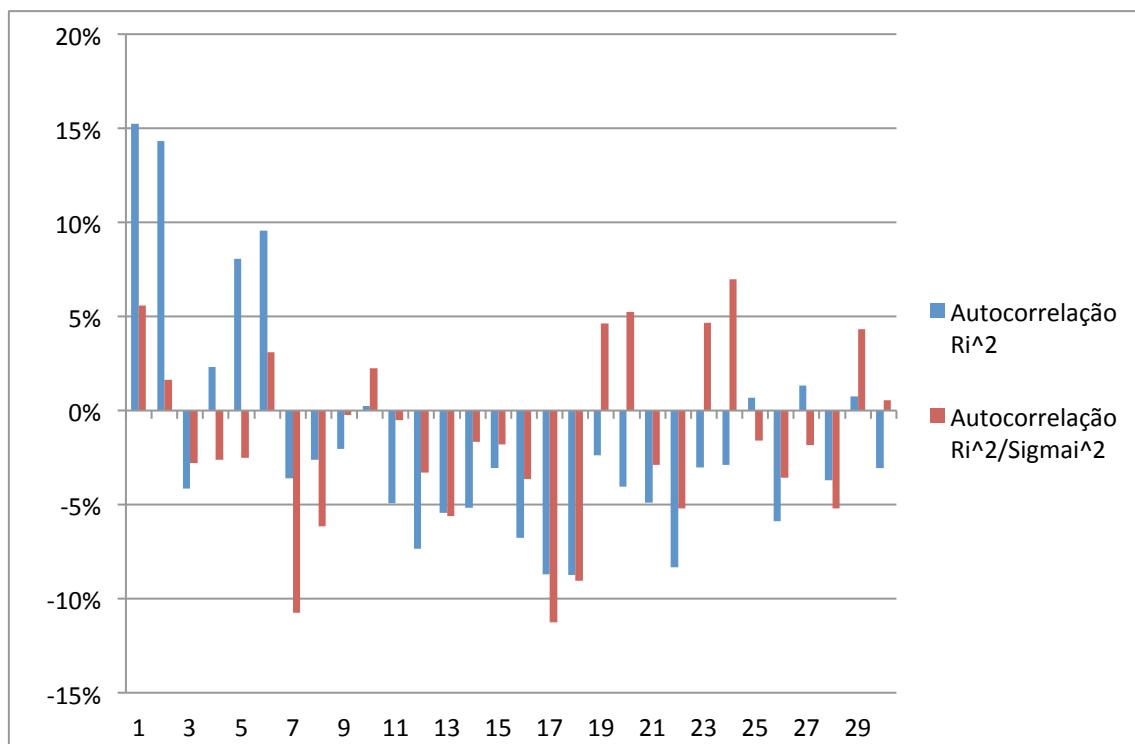
Autocorrelação dos retornos de etanol antes (azul) e depois (vermelho) do GARCH



Autocorrelação dos retornos de açúcar antes (azul) e depois (vermelho) do GARCH



Autocorrelação dos retornos de etanol antes (azul) e depois (vermelho) do EWMA



Autocorrelação dos retornos de etanol antes (azul) e depois (vermelho) do EWMA

